

**ŞTEFAN
GRIGORAŞ**

**LUCIAN CONSTANTIN
HANGANU**

**FLORIN
TUDOSE-SANDU VILLE**

**CIPRIAN
STAMATE**

FIABILITATEA SISTEMELOR MECANICE
■ îndrumar de laborator ■

**IAŞI
2013**

PREFATĂ

În calculul fiabilității produselor, principala problemă o constituie obținerea informațiilor necesare. Acestea pot fi obținute în urma încercărilor de laborator sau a încercărilor în condițiile de exploatare normale, de la firmele de service și reparații sau de la instituții de control specializate.

Opinia generală este că numai încercările în condiții normale de exploatare pot furniza date reale asupra comportării produselor, subansamblurilor și părților componente ale acestora, motiv pentru care, în general, calculele de fiabilitate se bazează pe datele obținute din aşa numitele "Rapoarte de exploatare".

Tendințele de automatizare fac ca nivelul tehnic al produselor rezultate să depindă atât de calitatea mijloacelor de producție cât și de nivelul calitativ de pregătire a forței de muncă ce asigură desfășurarea procesului de fabricație la parametri prescriși.

Menținerea nivelului calitativ de funcționare al unui produs se face prin operații de menenanță (preventive și/sau corective) cu cheltuieli ce uneori depășesc costul produsului.

Apare astfel necesitatea de a reduce, cât mai mult posibil, aceste cheltuieli prin colectarea și prelucrarea datelor rezultate din exploatare și elaborarea unor soluții noi, îmbunătățite calitativ, pentru produs.

De rentabilizarea la maximum a utilizării produselor pe această cale se ocupă știința denumită *Terotehnică* (tero = a avea grijă), știință care se bazează pe un feed-back eficient al datelor obținute în exploatare spre concepție.

O problemă ce poate să apară este cea a încrederii, în valabilitatea datelor stocate în aceste "Rapoarte de exploatare", a realismului lor (chiar dacă sunt corecte) în perioada în care sunt interpretate. Aceasta datorită modificărilor în timp a proprietăților materialelor, a costurilor, a calității factorilor ce intervin în procesul tehnologic etc.

Cu toate aceste riscuri, au fost elaborate metode de calcul, cu un grad suficient de siguranță, care să țină seama atunci când se ia o decizie de achiziționare a unui produs și de cheltuielile de întreținere aferente acestuia.

Lucrarea de față se adresează în primul rând studenților ce desfășoară activități de aplicații în cadrul laboratorului de "Fiabilitatea sistemelor mecanice" al Departamentului de Inginerie Mecanică, Mecatronică și Robotică din cadrul Facultății de Mecanică - Universitatea Tehnică "Gheorghe Asachi" din Iași dar și inginerilor și tehnicienilor care frecventează cursurile post-universitare sau de masterat.

Autorii

CUPRINS

Lucrarea nr. 1

**Indicatori principali ai fiabilității produselor
nereparabile și reparabile**

7

Lucrarea nr. 2

**Utilizarea legilor de distribuție teoretice în
studiu fiabilității sistemelor. Repartiția Weibull
biparametrică**

13

Lucrarea nr. 3

**Utilizarea legilor de distribuție teoretice în studiu
fiabilității sistemelor. Repartiția Weibull
triparametrică**

21

Lucrarea nr. 4

**Utilizarea legilor de distribuție teoretice în studiu
fiabilității sistemelor. Repartiția normală**

29

Lucrarea nr. 5

**Fiabilitatea, menenabilitatea și disponibilitatea
sistemelor**

33

Lucrarea nr. 6	
Fiabilitatea sistemeler serie, paralel și mixt	39
Lucrarea nr. 7	
Implicațiile economice ale fiabilității	47
Lucrarea nr. 8	
Eficiența economică de utilizare a unui produs	57
Lucrarea nr. 9	
Metode de evaluare a calității sau performanțelor globale a produselor	65
Lucrarea nr. 10	
Evidențierea segmentului de piață neocupat de un produs. direcționarea proiectării potrivit răspunsului pieții	73
Bibliografie	85

LUCRAREA NR. 1

INDICATORI PRINCIPALI AI FIABILITĂȚII PRODUSELOR NEREPARABILE ȘI REPARABILE

I. Scopul lucrării

Determinarea pe baza calculelor statistice, a principalilor indicatori de fiabilitate (frecvența relativă a defectărilor - $\hat{f}(t_1)$; frecvența relativă cumulată a defectărilor - $\hat{F}(t_1)$; frecvența relativă a exemplarelor în funcțiune - $\hat{R}(t_1)$; media timpilor de bună funcționare \bar{t} ; frecvența medie a defectărilor pe un interval - \bar{k} ; rata de defectare - $\hat{z}(t)$; media timpului de reparare - MTR și rata reparațiilor - $\hat{\mu}$, atât pentru cazul elementelor nereparabile, cât și pentru cel al elementelor reparabile, precum și trasarea curbei de supraviețuire.

II. Elemente teoretice

- Frecvența relativă a defectărilor $\hat{f}(t_1)$ se determină fiind raportul între numarul defectărilor aparute în intervalul i (k_i) și totalul acestora, total care poate fi egal cu efectivul inițial al eșantionului cercetat (N), în cazul încercărilor complete fără înlocuirea elementelor defecte.

$$\hat{f}(t_1) = \frac{k_i}{\sum_{i=1}^n k_i} \quad (1)$$

- Frecvența relativă cumulată a defectărilor ($0 < \hat{F}(t_1) \leq 1$) exprimă media exemplarelor defectate pe fiecare interval (i) în parte:

$$\hat{F}(t_1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^i k_i ; \quad (2)$$

în care N este efectivul initial al eșantionului cercetat;

- Frecvența relativă a exemplarelor în funcțiune $\hat{R}(t_1)$ ne indică ponderea produselor care nu s-au defectat până la sfârșitul intervalului i și care se vor defecta în intervalele viitoare:

$$\hat{R}(t_1) = 1 - \hat{F}(t_1) \quad (3)$$

- Media timpilor de bună funcționare \bar{t} indică timpul mediu de bună funcționare până la defectare sau dintre două defectări successive oarecare:

$$\hat{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i k_i}{\sum_{i=1}^n k_i} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i k_i}{N} = MTBF \quad (4)$$

t_i - timpi de bună funcționare;

- Frecvența medie a defectărilor pe un interval de observație (\bar{k}), este inversul mediei timpului de bună funcționare:

$$\bar{k} = \frac{\sum_i^n t_i k_i}{\sum_i^n k_i} = MTBF \quad (5)$$

- Rata de defectare $\hat{z}(t)$ indică ponderea exemplarelor defectate în decursul intervalului de observație față de efectivul existent la începutul intervalului respectiv:

$$\hat{z}(t) = \frac{k_i}{N_{i-1}} \quad (6)$$

N_{i-1} – numărul de exemplare în funcție la începutul intervalului i.

- Media timpilor de reparare MTR ne dă indicații referitoare la numărul de ore aferent unei reparații;

$$MTR = \frac{\text{Timpul total de reparare}}{\text{Nr. total al defectărilor}} [\text{ore/reparare}] \quad (7)$$

- Rata reparațiilor ($\hat{\mu}$) este inversul mediei timpului de reparare:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{MTR} [\text{nr. Reparații/oră de reparare}] \quad (8)$$

III. Date experimentale

Întrucât observarea neîntreruptă a comportării în funcționare a exemplarelor din eșantionul supus analizei se realizează practic foarte greu, fiind încercări de durată, se vor pune la dispoziție date de activitate și pe cea de întreținere și reparare a mașinilor, aparatelor și instalațiilor. Pentru primul caz, cel al elementelor nereparabile, sunt prezentate în tabelul 1 datele referitoare la casarea unui lot de 210 rulmenți ce echipează motoarele electrice.

Pentru cazul elementelor reparabile, sunt prezentate în tabelul 2 date experimentale referitoare la o instalație hidraulică din componența unui robot industrial.

Tabelul 1

Intervalul	Ore de funcționare	Rulmenți casați în intervalul i (k_i)	Rulmenți rămași în exploatare la începutul intervalului (N_{i-1})
1	4000-6000	55	210
2	6000-8000	42	155
3	8000-10000	33	113
4	10000-12000	25	80
5	12000-14000	30	55
6	14000-16000	10	25
7	16000-18000	12	15
8	18000-20000	3	3
TOTAL		210	0

Tabelul 2

Perioada de observație	Nr. defectări	Timp total de funcționare [ore]	Timp total de reparare [ore]
1.I.09-1.X.09	2	10550	54
1.XII.09-1.I.10	1	5200	32
1.II.11-1.V.11	2	6350	75
1.VII.11-1.XII.11	3	12450	80
1.I.12-1.IV.12	4	15000	95
1.V.12-1.VII.12	2	8500	40
TOTAL	14	57050	376

IV. Prelucrarea datelor experimentale

Pentru cele două cazuri menționate, se calculează indicatorii principali de fiabilitate cu relațiile:

(1)...(6) – pentru cazul elementelor nereparabile (rulmenți);

(1)...(8) – pentru cazul elementelor reparabile(instalația hidraulică).

Cu rezultatele obținute la primul caz se completează tabelul 3

Tabelul nr. 3

Intervale	Centrul intervalului (t _i)	Rulmenți casați (k _i)	Rulmenți aflați în exploatare (N _{i-1})	t _i k _i	$\hat{f}(t_i)$	$\hat{F}(t_i)$	$\hat{R}(t_i)$	$\hat{z}(t)$
0	1	2	3	4	5	6	7	8
-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-

Pe baza rezultatelor obținute se trasează următoarele grafice:

- ✓ variația indicatorilor $\hat{R}(t_i)$, $\hat{F}(t_i)$, $\hat{f}(t_i)$ în funcție de intervalele de defectare;
- ✓ variația ratei defectărilor $\hat{z}(t)$ în funcție de intervalele luate în studiu;
- ✓ curba de supraviețuire (pentru cazul elementelor reparabile în coordonatele: efectivul în funcțiune și ore de funcționare).

V. Concluzii

Din analiza datelor prelucrate se vor trage concluzii privind:

- câte defectări de rulmenți survin la 1 milion de ore de funcționare;

- câte ore (în medie) sunt necesare pentru repararea unei defecțiuni;
- câte reparații se pot efectua într-un interval de timp (ex. 100 de ore).

LUCRAREA NR. 2

UTILIZAREA LEGILOR DE DISTRIBUȚIE TEORETICE ÎN STUDIUL FIABILITĂȚII SISTEMELOR REPARTIȚIA WEIBULL BIPARAMETRICĂ

I. Scopul lucrării

Prezentarea principalelor legi de distribuție teoretice posibile de utilizat în studiul fiabilității sistemelor mecanice și a metodelor de estimare a parametrilor acestora.

II. Elemente teoretice

Întrucât modelul exponențial se utilizează numai atunci când rata de defectare este constantă, în studiul fiabilității este de preferat a se utiliza Legea de distribuție Weibull. În continuare din formele analitice pe care le poate prezenta aceasta lege, se vor face precizări privind legea biparametrică.

Repartiția Weibull biparametrică poate fi considerată ca o generalizare a legii exponențiale. Principalele mărimi ce caracterizează această lege de distribuție sunt:

- Densitatea de probabilitate: *dacă t*

$$F(t, \beta, \lambda) = \begin{cases} 0, & \text{dacă } t \leq 0 \\ \beta \cdot \lambda \cdot t^{\beta-1} \cdot e^{-\lambda \cdot t^\beta}, & \text{dacă } t > 0 \end{cases} \quad (1)$$

unde $\beta, \lambda > 0$; t – variabila de timp

- Funcția de repartiție $F(t, \beta, \lambda)$ exprimă probabilitatea ca evenimentul următor să apara în intervalul $(0, t)$:

$$F(t, \beta, \lambda) = \int_{-\infty}^t f(t, \beta, \lambda) dt = \begin{cases} 0, & \text{dacă } t \leq 0 \\ 1 - e^{-\lambda t^\beta}, & \text{dacă } t > 0 \end{cases} \quad (2)$$

Rata (intensitatea) de defectare, exprimă rata defecțiunilor având formele de variație prezentate în figura 1;

$$z(t) = \beta \cdot \lambda \cdot t^{\beta-1} \quad (3)$$

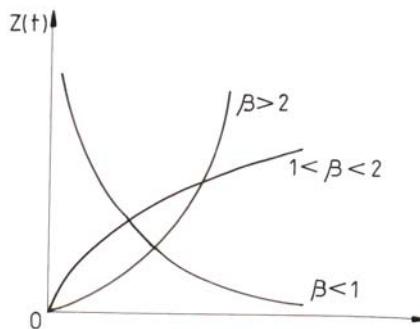


Fig. 1

- Probabilitatea funcționării fără defecțiuni $R(t, \beta, \lambda)$ exprimă probabilitatea ca evenimentul să se producă în intervalul de timp $(0, t)$:

$$R(t, \beta, \lambda) = 1 - F(t, \beta, \lambda) = e^{-\lambda t^\beta} \quad (4)$$

- Media timpului de bună funcționare (*MTBF*):

$$MTBF = \int_0^{\infty} \beta \cdot \lambda \cdot t^{\beta-1} \cdot e^{-\lambda \cdot t^{\beta}} dt = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)}{\lambda^{\frac{1}{\beta}}}, \quad (5)$$

Valorile funcției $\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$ fiind tabelate (v. Anexa nr.1);

- Dispersia timpului de buna funcționare $D(t)$:

$$D(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)}{\frac{\lambda^2}{\beta}} \quad (6)$$

Estimarea parametrilor legii Weibull biparametrice

În cadrul acestei lucrări se vor determina parametrii β și λ prin metoda analitică a celor mai mici pătrate, pe baza observațiilor funcționării unui eșantion de N elemente.

Algoritmul de calcul cuprinde urmatoarele etape:

1. Calculul valorilor frecvențelor relative a elementelor rămase în funcțiune;

$$R_N(t_i) = e^{-\lambda \cdot t_i^{\beta}} = \frac{N_i}{N} \quad (7)$$

unde: N_i - numărul elementelor rămase în funcționare;

2. Prin logaritmarea relației (7) se obține:

$$\lg R_N(t_i) = -\lambda \cdot t_i^\beta \cdot \lg e \text{ sau } \lg \left[\frac{1}{R_N(t_i)} \right] = \lambda \cdot t_i^\beta \cdot \lg e \quad (8)$$

3. Repetând operația de logaritmare rezultă:

$$\lg \left\{ \lg \left[\frac{1}{R_N(t_i)} \right] \right\} = \lg(\lg e) + \lg \lambda + \beta \cdot \lg t_i \quad (9)$$

4. Scrierea relației (9) sub forma ecuației unei drepte:

$$\begin{cases} \lg(\lg e) + \lg \lambda = a \\ \lg \left\{ \lg \left[\frac{1}{R_N(t_i)} \right] \right\} = y_i \end{cases} \Rightarrow y_i = \alpha + \beta \cdot \lg t_i \quad (10)$$

5. Aplicând metoda celor mai mici pătrate, rezultă următorul sistem de ecuații pentru determinarea parametrilor α și β :

$$\begin{cases} \sum_1^n y_i = n \cdot a + \beta \cdot \sum_1^n t_i \\ \sum_1^n y_i \cdot \lg t_i = a \cdot \sum_1^n \lg t_i + \beta \cdot \sum_1^n (\lg t_i)^2 \end{cases} \quad (11)$$

unde n reprezintă numărul intervalelor de timp incluse în calcul.

III. Date experimentale

Datele experimentale de prelucrat sunt cele prezentate în lucrarea nr.1 referitoare la lotul de 210 rulmenți casați după diferite intervale de ore de funcționare, date prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ore de funcționare (t_i)	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000	18000	20000
Rulmenți în funcționare (N_i)	210	155	113	80	55	25	15	3	0

IV. Prelucrarea datelor experimentale

1. Se impune ca înainte de a proceda la efectuarea calculelor propriu-zise, să se efectueze și validarea modelului, adică să verificăm dacă există temei să presupunem că datele experimentale nu contravin ipotezei formulate asupra modelului de comportament. Dintre teste de verificare posibile de utilizat (Mann, Kolmogorov-Smirnov), χ^2 se va calcula cu relația:

$$\chi^2 = \sum_1^n \frac{[N_i - N \cdot R(t_i)]^2}{N \cdot R(t_i)} \quad (12)$$

unde: N – numarul elementelor din lot ($N=210$);

N_i - numărul elementelor rămase în funcționare la finele intervalului i ;

$R(t_i)$ - frecvențele relative care se calculează cu relația (7);

t_i - limita maxima a intervalului i ;

Valorile necesare verificării caracterului Weibullian al legii de distribuție se vor trece în tabelul 2.2.

Daca valoarea lui χ^2 obținută prin însumarea datelor prezentate în tabelul 2, rubrica 5, este inferioară valorii tabelare corespunzătoare (aleasă din Anexa nr. 2 în funcție de numarul intervalelor și

probabilitatea de a fi depășită aceasta valoare), se confirmă ipoteza conform căreia legea căderii rulmenților este una de tip Weibull.

Tabelul 2

t_i	N_i	$R(t_i)$	$N \cdot R(t_i)$	$[N_i - N \cdot R(t_i)]^2$	$\frac{[N_i - N \cdot R(t_i)]^2}{N \cdot R(t_i)}$
0	1	2	3	4	5
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-

2. Din acest moment se poate trece la calcularea valorilor mărimilor necesare estimării parametrilor modelului Weibull:

$$R_N(t_i) \quad (13)$$

$$\frac{1}{R_N(t_i)}; \lg \left[\frac{1}{R_N(t_i)} \right] \quad (14)$$

$$y_i = \lg \left\{ \lg \left[\frac{1}{R_N(t_i)} \right] \right\} \quad (15)$$

$$\lg t_i; (\lg t_i)^2; y_i \cdot \lg t_i$$

Cu valorile obținute se completează tabelul 2.3.

3. Înlocuind în relațiile sistemului (11) $\sum_1^n \lg t_i$, $\sum_1^n (\lg t_i)^2$ și $\sum_i^n y_i \cdot \lg t_i$ ca sume ale valorilor din coloanele 4, 5, 6 și 7 ale tabelului 3, sistemul se poate rezolva rezultând valorile lui α și β .

Tabelul 3

Ore funcționale (t_i)	Rulmenți în functionare (N_i)	$R_N(t_i)$	$\lg \left[\frac{1}{R_N(t_i)} \right]$	y_i	$\lg t_i$	$(\lg t_i)^2$	$y_i \cdot \lg t_i$
0	1	2	3	4	5	6	7
-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-
TOTAL							

4. Înănd seama de relațiile (10) se determină valoarea parametrului λ .

5. Având determinate valorile lui β și λ , se pot calcula, cu ajutorul relației (4), valorile funcției de fiabilitate pentru fiecare din intervalele considerate, completând apoi tabelul 4.

Tabelul 4

(t_i)	$\lg t_i$	$\beta \cdot \lg t_i$	$\lambda + \beta \cdot \lg t_i \lg$	$\lambda \cdot t_i^\beta$	$e^{-\lambda \cdot t_i^\beta}$	$R_N(t_i)$
0	1	2	3	4	5	6
-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-

6. Se calculează apoi media timpului de buna funcționare $MTBF$ cu ajutorul relației (5) (luând valorile corespunzătoare ale lui Γ din Anexa nr. 1) și dispersia timpului de bună funcționare cu relația (6) (utilizând aceeași anexă).

7. Calculând valorile intensității de defectare $z(t)$ cu relația (3) se poate trasa graficul de variație al acesteia în funcție de β :

$$z\left(t_i \cdot \lambda^{\frac{t}{\beta}}; \beta\right)$$

LUCRAREA NR. 3

UTILIZAREA LEGILOR DE DISTRIBUȚIE TEORETICE ÎN STUDIUL FIABILITĂȚII SISTEMELOR. REPARTIȚIA WEIBULL TRIPARAMETRICĂ

I. Scopul lucrării

Scopul lucrării este prezentarea principalelor legi de distribuție teoretice posibile de utilizat în studiul fiabilității sistemelor și a metodelor de estimare a parametrilor acestora.

II. Elementele teoretice

Studiul lucrării de față se referă la cea de a doua formă pe care o poate prezenta legea de distribuție Weibull: legea triparametrică.

Legea Weibull triparametrică reprezintă varianta completă a acestei legi, fiind caracterizată prin următoarele mărimi:

- Probabilitatea supraviețuirii (funcția de fiabilitate):

$$R(t, \beta, \eta, \gamma) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)} \quad (1)$$

unde: β reprezintă parametrul de formă,

η - parametrul de scară,

γ - parametrul de poziție (locație).

Dacă ținem seama de faptul că pentru $\beta=1$ avem:

$\frac{1}{\eta} = \lambda = \frac{1}{MTFB}$ și $\gamma = 0$ se obține: $R(t) = e^{-\lambda t}$ (deci funcția de fiabilitate în cazul exponential).

■ Densitatea de probabilitate:

$$f(t, \beta, \eta, \gamma) = \frac{\beta}{\eta} \cdot \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (2)$$

unde β reprezintă parametrul de formă (definește alura curbei)

Pentru simplificare se presupune: $\eta = 1$ și $\gamma = 0$. Dacă $\eta = 1$ și efectuând schimbarea de variabilă $t - \gamma = T$ cu $(t-\gamma) > 0$, obținem:

$$f(t, \beta, \gamma) = \beta \cdot T^{\beta-1} \cdot e^{-T^\beta} \quad (3)$$

Parametrul de locație (de inițializare) γ indică durata supraviețuirii în intervalul $(0, \gamma)$.

Funcția de repartiție $F(t, \beta, \eta, \gamma)$ și densitatea de probabilitate $f(t, \beta, \eta, \gamma)$, pentru cazul general al modelului triparametric sunt:

$$F(t, \beta, \eta, \gamma) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (4)$$

și

$$f(t, \beta, \eta, \gamma) = \frac{\beta}{\eta} \cdot \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (5)$$

unde η reprezintă parametrul de scară reală.

■ Rata de defectare $(z(t))$ este:

$$z(t) = \frac{\beta}{\alpha} \cdot (t - \gamma)^{\beta-1} \quad (6)$$

sau

$$z(t) = \frac{\beta}{\eta^\beta} \cdot (t - \gamma)^{\beta-1} \quad (7)$$

unde $\alpha = \eta^\beta$ reprezintă parametru de scară.

Estimarea parametrilor legii de distribuție Weibull triparametrice

Întrucât aplicarea unor metode analitice (metoda celor mai mici pătrate, metoda verosimilității maxime, și.a.) în estimarea parametrilor Weibullieni este laborioasă (necesitând, pentru ușurință, utilizarea calculatorului), în cele ce urmează, din considerente practice, este prezentat modul de utilizare a metodei grafice. Pentru aceasta este nevoie de diagrama Weibull - figura 1, construită prin efectuarea unor logaritmări duble asupra funcției de fiabilitate (relația 4).

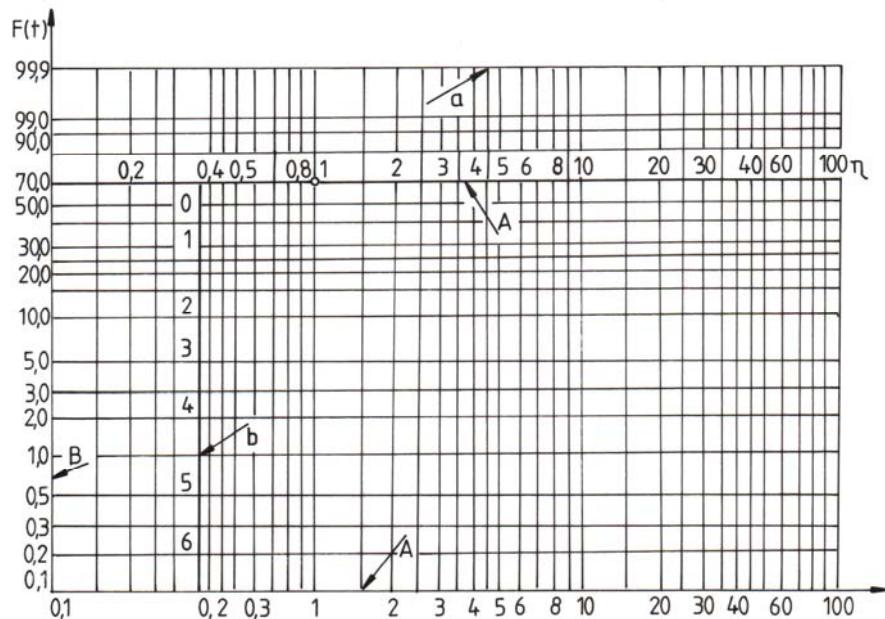


Fig. 1

$$\ln \ln \left\{ \frac{1}{[1 - F(t)]} \right\} = \beta \cdot \ln(t - \gamma) - \ln \alpha \quad (8)$$

Pentru $\gamma=0$, relația (8) devine (ținând seama și de faptul că $\alpha = \eta^{\beta}$):

$$\ln \ln \left\{ \frac{1}{[1 - F(t)]} \right\} = \beta \cdot \ln t - \beta \cdot \ln \eta \quad (9)$$

Între $\ln \ln \left\{ \frac{1}{[1 - F(t)]} \right\}$ și $\ln t$ există o relație de tip liniar, fapt ce permite reprezentarea printr-o dreaptă într-un sistem de axe ortogonale convenabil ales. Un punct în graficul Weibull are următoarele coordonate:

- abscisa pe A se reprezintă timpul t , iar pe a , $\ln t$
- ordonata pe B , $F(t)$ în %, iar pe b , $\ln \ln \left\{ \frac{1}{[1 - F(t)]} \right\}$

Deci pe ordonată se vor reprezenta frecvențele relative cumulate ale produselor defectate la momentele de timp t , iar pe abscisă, momentele t_1, \dots, t_n (alteori cicluri, Km parcursi, și.a.)

1. Estimarea parametrului de initializare (locatie) γ

Dacă punctele reprezentate pe diagrama Weibull se aliniază după o dreaptă, parametrul γ este zero.

Dacă punctele sunt dispuse după o curbă (cazul a. sau b. - figura 2), valoarea lui γ se poate determina cu relația:

$$\gamma = \frac{t_1 \cdot t_3 - t_2^2}{(t_1 + t_3) - 2t_2},$$

unde: t_1 și t_3 reprezintă abscisele extremelor curbei;

t_2 - abscisa punctului median al frecvențelor relative cumulate.

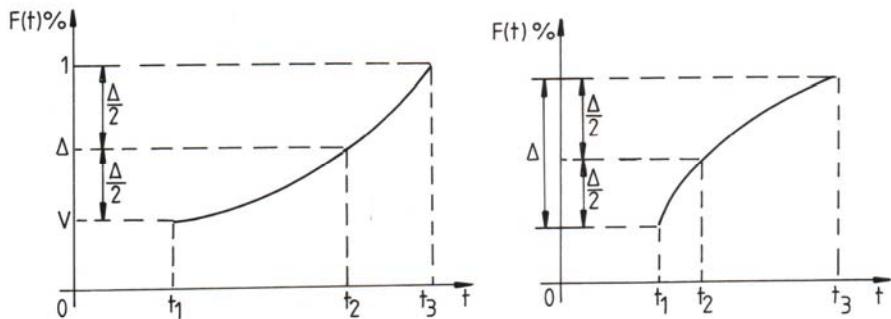


Fig. 2

2. Estimarea parametrului de scară reală η , se poate face direct de pe rețeaua Weibull identificând punctul de intersecție a ordonatei $\eta = 63\%$ (considerând: $t = \eta \Rightarrow R(\eta) = e^{-1} = 0,37 \Rightarrow F(\eta) = 0,63$) cu dreapta experimentală sau prin calcul:

$$\hat{\eta} = \left(\sum_n \frac{t_i}{n} \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

3. Estimarea parametrului de forma β se face ducând prin punctul de coordonare $(1;63\%)$ o paralelă la dreapta trasată, care la intersecția cu axa notată b va indica valoarea lui β .

III. Date experimentale

Datele experimentale ce trebuie prelucrate sunt cele rezultate în urma calculelor la lucrarea nr.1 referitoare la cei 210 rulmenți casăti, date ce sunt prezentate în tabelul 1 ($\hat{f}(t_i)$ și $\hat{F}(t_i)$) se calculează cu relațiile (1) și (2) din lucrarea nr.1).

Tabelul 1

Interval de functionare (t_I)	$\hat{f}(t_i)$	$\hat{F}(t_i)$
4000 - 6000		
6000 - 8000		
8000 - 10000		
10000 - 12000		
12000 - 14000		
14000 - 16000		
16000 - 18000		
18000 - 20000		

IV. Prelucrarea datelor experimentale

1. Înainte de efectuarea calculelor necesare prelucrării datelor experimentale se va face verificarea caracterului Weibullian al legii de distribuție (cu ajutorul unuia din testele menționate în lucrarea nr. 2). Ex. testul Mann:

- se calculează valorile: $x_i = \ln t_i$
- se calculează statistica

$$l_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{E(z_{i+1}) - E(z_i)},$$

unde $E(z_{i+1}) - E(z_i)$ se ia din Anexa nr.3;

- se construiește statistica tabelului $S = \frac{\sum_{i=1}^{\frac{n-i}{2}} l_i}{\sum_{i=1}^{n-i} l_i}$;

- acceptarea modelului Weibull are loc atunci când

$$S_{calculat} \leq S_{tabelat}$$

Valorile lui $S_{tabelat}$ sunt date în Anexa nr.3.

2. Se reprezintă grafic, pe rețeaua probabilistică Weibull (Anexa nr.4) în coordonatele $\hat{F}(t_i)$ și t_i , perechile de puncte care reprezintă limitele superioare ale intervalor t_i și frecvența relativă cumulată $\hat{F}(t_i)$.
3. Dacă punctele se aliniază după o dreaptă, atunci $\gamma = 0$ și se determină valoarea lui η , la intersecția dreptei experimentale cu ordinata $\hat{F}(t_i) = 63\%$. Dacă rezultă o curbă, γ se va calcula cu relația (10).
4. Se va trasa, prin punctul $(t_i = 1; \hat{F}(t_i) = 63\%)$, o paralelă la dreapta experimentală care, la intersecția cu dreapta b de abscisa $t_i = 0,37$ va determina valoarea lui β .
5. Se va determina media timpului de bună funcționare ($MTBF$) și rata defectărilor (relația 7):

$$MTBF = \eta \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right),$$

unde $\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$ este tabelat (Anexa nr.1).

6. Se va face o comparație între valorile indicatorilor de fiabilitate estimate prin metoda analitică (L_2) și cele estimate prin metoda grafică.

LUCRAREA NR. 4

UTILIZAREA LEGILOR DE DISTRIBUȚIE TEORETICE ÎN STUDIUL FIABILITĂȚII SISTEMELOR. REPARTIȚIA NORMALĂ

I. Scopul lucrării

Scopul lucrării este prezentarea principalelor legi de distribuție teoretice posibile de utilizat în studiul fiabilității sistemelor și a metodelor de estimare a parametrilor acestora.

II. Elementele teoretice

În cele mai multe cazuri, caracteristicile de calitate ale produselor industriale se repartizează după *legea normală*, deoarece aceste caracteristici de calitate variază sub influența unui număr mare de factori întâmplători. Ea se caracterizează prin următoarele mărimi principale:

- ◆ Funcția de repartiție:

$$F_x(x, m, \sigma) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx; \quad (1)$$

unde: $x \in R$; $m \in R$ și $\sigma > 0$

- ◆ Densitatea de repartiție:

$$f_x(x, m, \sigma) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}; \quad (2)$$

- ◆ Parametrii repartiției:

$$m = M(x); \quad (3)$$

unde: $M(x)$ reprezintă valoarea medie a variabilei aleatoare;

$$\sigma^2 = D(x); \quad (4)$$

unde: $D(x)$ reprezintă dispersia variabilei aleatoare.

- ◆ Funcția Laplace (cu valori tabelate în Anexa nr.5):

$$\phi(z_p) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^{z_p} e^{-\frac{z^2}{2}} dz; \quad (5)$$

unde: $z = \frac{x - m}{\sigma}$ reprezintă variabilă aleatoare normată;

- ◆ Legătura dintre $F(x)$, $\phi(z)$ și $R(x)$:

$$F(x) = 0.5 + \phi(z);$$

$$R(x) = 0.5 - \phi(z). \quad (6)$$

- ◆ Intensitatea căderilor:

$$z(x) = \frac{f(x)}{R(x)}; \quad (7)$$

III. Date experimentale

Din motivele menționate și în lucrările anterioare, setul de date experimentale va fi pus la dispoziție, fiind luat din practica curentă.

Ex. Într-un atelier de reparație – întreținere, după $t = 8000$ ore de funcționare, se cunosc următoarele:

- ✓ intensitatea defectării la sistemul de comandă a mașinii unelte (constatata): $\lambda = 2 \cdot 10^{-5}$ [defecțiuni/oră];
- ✓ fiabilitatea variază după o lege normală (fapt stabilit prin prelucrarea datelor statistice);

- ✓ media de ore de funcționare în condiții bune de funcționare: $m=15000$ [ore];
- ✓ abaterea medie pătrată: $\sigma = 3000$ [ore].

Se cere să se calculeze indicatorii de fiabilitate pentru diferite perioade de funcționare (10000 ore; 12000 ore și 15000 ore), precum și timpul de la care defecțiunile de uzare trebuie luate în considerare.

IV. Prelucrarea datelor experimentale

1. Rata defectării fiind constantă, pentru perioada de funcționare observată, indicatorii de fiabilitate se vor calcula cu următoarele relații:

$$\hat{R}(t) = e^{-\lambda t}, \quad \hat{F}(t) = 1 - \hat{R}(t), \quad \hat{f}(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}, \quad MTBF = \frac{1}{\lambda}.$$

2. Reducerea fiabilității datorită defecțiunilor întâmplătoare se obține recalculând indicatorii pentru $t = 10000$ ore, $t = 12000$ ore și $t = 15000$ ore:

$$\hat{R}_1(10000), \quad \hat{R}_1(12000), \quad \hat{R}_1(15000).$$

3. Reducerea fiabilității datorită defecțiunilor provocate de uzură se va calcula cu ajutorul relației (6), pentru:

$$x = t = 10000; \quad x = t = 12000; \quad x = t = 15000 \text{ și } z = \frac{t - m}{\sigma}.$$

Valorile funcției Laplace se vor lua din Anexa nr. 5 în funcție de z , rezultând în final valorile:

$$\hat{R}_2(10000), \quad \hat{R}_2(12000), \quad \hat{R}_2(15000).$$

4. Fiabilitatea totală a mașinii unelte în perioada când au loc atât defecțiuni întâmplătoare, cât și datorită uzurii, se poate obține făcând produsul fiabilităților calculate anterior:

$$\hat{R}_{tot}(t) = \hat{R}_1(t) \cdot \hat{R}_2(t), \text{ cu } t = 10000; 12000; 15000.$$

5. Intensitatea căderilor în perioada de manifestare a uzurii se va calcula cu relațiile (2) și (6).

$$x = t = 15000 \text{ ore} \Rightarrow \hat{z}(15000) \text{ [căderi/oră].}$$

6. Timpul de la care defecțiunile provocate de uzură încep să devină sesizabile se va calcula cu relația:

$$L = m - 3 \cdot \sigma \text{ [ore].}$$

7. Cu datele astfel calculate se va completa tabelul 1.

Tabelul 1

LUCRAREA NR. 5

FIABILITATEA, MENTENABILITATEA ȘI DISPONIBILITATEA SISTEMELOR

I. Scopul lucrării

Scopul lucrării este studierea fiabilității, menținabilității și a disponibilității sistemelor mecanice complexe.

II. Elemente teoretice

1. Definiții:

Fiabilitatea este aptitudinea unui produs de a-și îndeplini funcția specificată, în condiții date și de-a lungul unei durate prestabilite.

Menținabilitatea este posibilitatea ca un sistem să fie repus în stare de funcționare, în urma unei defecțiuni, într-o perioadă de timp dată.

Disponibilitatea este probabilitatea ca sistemul să fie apt de funcționare după o durată de timp consumată pentru reparații impuse de defecțiunea ce s-a produs după o anumită perioadă de bună funcționare.

2. Mărimile și relațiile de calcul pentru parametrii ce caracterizează aceste trei noțiuni sunt:

- pentru indicatorii de fiabilitate ($\hat{f}(t_i)$; $\hat{F}(t_i)$; $\hat{R}(t_i)$; \vec{t} ; \vec{k} ; $\hat{z}(t)$), relațiile de calcul și definirea lor sunt prezentate în Lucrarea nr.1 (relațiile (1), ..., (6));

- menitenabilitatea se va calcula în funcție de tipul legii de distribuție a datelor experimentale:

$$M(t) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta} \right] \text{ - pentru repartiție Weibull,} \quad (1)$$

unde: β, γ, η reprezintă parametrii repartiției;

$$M(t) = 1 - e^{-\mu*t} \text{ - pentru repartiție exponențială,} \quad (2)$$

unde: $\mu = \frac{1}{MTR}$; MTR - media timpului de reparare;

- disponibilitatea este caracterizată prin:

$$MTBF = \frac{\sum t_i}{N} \text{ - media timpilor de bună funcționare } (t_i), \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} \text{ - rata defectărilor,} \quad (4)$$

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTR} \text{ - coeficient de disponibilitate (numai la legea exponențială),} \quad (5)$$

Disponibilitatea, fiind un indicator mai complex al fiabilității, se poate calcula cu relația:

$$A(t) = R(t) + Q(t) \times M(t), \quad (6)$$

unde: $Q(t) = 1 - R(t)$ - nonfiabilitatea la timpul t.

III. Date experimentale

Pentru a fi operaționale, calculele aferente de fiabilitate, menitenabilitate și disponibilitate se fac pe baza datelor culese din exploatarea curentă.

Aceste date se extrag din aşa numitele "Rapoarte de exploatare", care se completează de către beneficiari imediat după constatarea unei defectări și se transmit semestrial întreprinderii producătoare. Astfel, din "Rapoartele de exploatare" a unui lot de 70 de aparate de copiat observate pe durata primelor 20000 ore, cât reprezintă perioada de garanție, se extrag valorile orelor de funcționare, în ordinea ieșirilor din funcționare a aparatelor:

100; 150; 190; 205; 215; 350; 385; 402; 405; 428; 470; 513; 542; 623; 683; 700; 750; 790; 805; 865; 1100; 1125; 1400; 1450; 1675; 2005; 2150; 2300; 2500; 3100; 4200; 4550; 5020; 5910; 6180; 7005; 8250; 8510; 8900; 9200; 9500; 9830; 9990; 10010; 10230; 10410; 10500; 12500; 12830; 14000; 14800; 15000; 15205; 15208; 16100; 17004; 17208; 17400; 18000; 18500; 19000; 19100; 19240; 19310; 19500; 19520; 19605; 19708; 19820; 20000.

Numărul elementelor lotului studiat trebuie să fie mare ($N > 25$), pentru ca rezultatele calculelor să fie cât mai veridice.

IV. Prelucrarea datelor experimentale

1. Înainte de a trece la construcția propriu-zisă a repartiției statistice, trebuie să stabilim cele două siruri de date experimentale, de plecare:

- primul, referitor la cele **n** intervale de timp de bună funcționare, t_i ($i = 1, 2, \dots, n$)
- cel de-al doilea, la numărul defecțiunilor înregistrate în decursul intervalelor respective, k_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Mărimea intervalului poate fi calculată cu relația:

$$a = \frac{t_{max} - t_{min}}{1 + 3.322 * \ln N^2} \quad (7)$$

unde: $t_{max} = 20000, t_{min} = 100, N = 70$.

2. Indicatorii de fiabilitate ($\hat{f}(t_i)$; $\hat{F}(t_i)$; $\hat{R}(t_i)$; $\hat{z}(t)$) se calculează cu relațiile (1), ..., (6) din Lucrarea nr.1, după care se completează tabelul 1.

Tabelul 1

Numărul intervalului (i)	Intervalul de observație (ore)	Numărul de căderi (k_i)	Exemplare rămase în funcțiune ($N - k_i$)	$\hat{f}(t_i)$	$\hat{F}(t_i)$	$\hat{R}(t_i) = \frac{N - k_i}{N}$	$\hat{z}(t_i) = \frac{k_i}{a * (N - k_i)}$
0	1	2	3	4	5	6	7
-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-

3. Pentru a putea surprinde modificarea regimului de ieșire din funcțiune a aparatelor de copiere se determină aşa numitele caracteristici locale ale fiabilității:

- densitatea de defectare, calculată ca raport între numărul defectărilor înregistrate într-un interval (k_i) și mărimea intervalului (a);

- intensitatea de defectare, $z(t)$, care indică ponderea exemplarelor defectate în decursul intervalului față de efectivul existent la începutul intervalului respectiv;

- abaterea standard a valorilor față de medie ($\hat{\sigma}$), ce caracterizează şansa de supraviețuire a produselor, respectiv a timpului de bună funcționare:

$$\hat{\sigma} = \left[\frac{\sum_i (t_i - \bar{t})^2 * k_i}{N} \right]^{1/2}, \quad (8)$$

unde:

$$\bar{t} = \frac{\sum_i t_i * k_i}{N}, \quad (9)$$

- coeficientul de variație (C_v), care oferă o imagine sintetică a împrăștierii valorilor față de medie:

$$C_v = \frac{\hat{\sigma}}{MTBF} [\%], \quad (10)$$

Cu valorile calculate pentru aceste caracteristici locale se completează tabelul 2.

Tabelul 2

Intervalul (i)	Media intervalului (t_i)	k_i	$k_i \cdot t_i$	$t_i - \bar{t}$	$(t_i - \bar{t})^2 \cdot k_i$	$\hat{\sigma}$	C_v
0	1	2	3	4	5	6	7
-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-
TOTAL							

4. Pentru calculul mentenabilității se vor utiliza timpii efectivi de reparație t'_i extrași din "Raportul de exploatare", corespunzător sumei defecțiunilor accidentale (valori ordonate crescător): 1; 2; 3; 3; 4; 6; 6; 7; 8; 10; 10; 10; 11; 12; 12; 13; 14; 14; 15; 15; 15; 15; 16; 16; 16; 16.5; 17; 17; 18.5; 18.5; 19; 19; 20; 20.5; 20.5; 20.5; 21; 21; 21; 21; 21; 22; 22.5; 22.5; 22.5; 24; 24; 24; 24.5; 24.5; 25; 25; 25; 25; 25; 26; 26; 27; 27; 27.5; 27.5; 27.5; 29; 30; 30; 35; 35; 38; 40; 45[ore]. Pe baza acestor date se calculează media timpilor de reparare:

$$MTR = \frac{\sum t'_i}{(N-1)}$$

și mentenabilitatea cu relația (2), pentru diferite valori ale lui t (8; 16; 24). Se va trage concluzia cu privire la variația probabilității ca aparatul

de copiere să fie reparat în funcție de creșterea timpului destinat reparației.

5. Disponibilitatea se va calcula cu relația (6), pentru diferite valori ale lui t și t . Se vor trage concluzii privind disponibilitatea aparatelor de copiere, după un anumit timp de funcționare (t), presupunând că operația de mențenanță se va realiza în t ore.

LUCRAREA NR. 6

FIABILITATEA SISTEMELER SERIE, PARALEL ȘI MIXT

I. Scopul lucrării

Scopul lucrării este prezentarea modelelor și a metodelor utilizate în calcul fiabilităților sistemelor (cu aplicație la cutia de viteze de la autoturismul DACIA 1300).

II. Elemente teoretice

In mod obișnuit, fiabilitatea unui sistem se studiază în ipoteza că fiecare element al sistemului se poate găsi în două stări: starea de funcționare și starea de nefuncționare (defect). Pe baza acestei ipoteze se poate considera, de asemenea, că:

- ✓ Sistemul are, la rândul său, numai aceleași două stări posibile.
- ✓ Fiecare element e_i al sistemului ($i = 1, 2, \dots, n$) are o durată de viață aleatoare (T_i). Elementul e_i este în stare de funcționare în intervalul de timp $(0, T_i)$ și în stare de defectare după momentul T_i .
- ✓ Variabilile aleatoare T_i sunt independente. Potrivit ipotezelor de mai sus, condițiile de utilizare a sistemului fiind specificate prin fiabilitățile elementelor acestuia (R_i), sistemul este caracterizat, la rândul sau, prin fiabilitatea R , sau nonfiabilitatea (probabilitatea de defectare) $Q = 1-R$.

Problema fundamentală în analiza fiabilității sistemelor constă în stabilitatea expresiei analitice de calcul al lui R , pentru anumite valori luate de variabila R_i (fiabilitățile elementelor). Dacă se cunoaște funcția de structură a sistemului $F = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, (x_i = variabile aleatoare care reprezintă starea elementului e_i la momentul t), atunci funcția de fiabilitate a sistemului respectiv se obține simplu prin înlocuirea variabilelor x_i cu probabilitățile R_i (în funcție de structură):

$$\begin{aligned} f(R) &= f(R_1, R_2, \dots, R_n) \\ \text{sau} \quad ; \quad (R) &= (R_1, R_2, \dots, R_n) \end{aligned} \tag{1}$$

Fiabilitatea sistemelor cu structură de tip serie

Considerând că defectările elementelor e_i ($i = 1, 2, \dots, n$) sunt evenimente independente și ținând seama de expresia funcției de structură $f(x)$, fiabilitatea sistemului va rezulta din expresia funcției de fiabilitate $h(R)$:

$$f(x) = \prod_1^n x_i \Rightarrow h(R) = \prod_1^n R_i, \tag{2}$$

unde R_i ($i=1,2,\dots,n$) este fiabilitatea elementului e_i .

Întrucât $0 \leq R_i \leq 1$ rezultă ca fiabilitatea sistemului de tip serie este mai mică decât fiabilitatea oricărui element și se micsorează odată cu creșterea numărului de elemente e_i . Nonfiabilitatea sistemului cu structură de tip serie se obține din expresia:

$$h(Q) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i). \tag{3}$$

Intensitatea de defectare, la aceste sisteme, se obține prin însumarea intensităților de defectare ale elementelor:

$$z(t) = z_1(t) + \dots + z_n(t); \tag{4}$$

Media timpilor de bună funcționare va fi, în acest caz:

$$MTBF = \frac{1}{\frac{1}{T_{01}} + \dots + \frac{1}{T_{0n}}}; \quad (5)$$

unde T_{01} reprezintă timpul mediu de bună funcționare fară defectiuni ale sistemului e_i ($i=1,2,\dots,n$).

Pentru sistemele de structură de tip serie reparabile, intensitatea de reparare μ este :

$$\mu = \frac{\lambda}{\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \dots + \frac{\lambda_n}{\mu_n}}; \quad (6)$$

unde: $\lambda = \frac{1}{MTBF}$; λ_i și μ_i - intensitățile de defectare, respectiv de reparație ale elementului e_i .

Media timpilor de reparare a sistemului va fi:

$$MTR = \frac{1}{\mu}. \quad (7)$$

Fiabilitatea sistemelor de structuri de tip paralel

Cunoscând funcția de structură a acestui sistem:

$$f(x) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i); \quad (8)$$

mărimele menționate la cazul anterior se vor calcula cu relațiile:

$$\diamond \text{ funcția de fiabilitate: } h(R) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i); \quad (9)$$

$$\diamond \text{ funcția de nonfiabilitate: } h(Q) = 1 - \prod_{i=1}^n Q_i; \quad (10)$$

\diamond media timpilor de bună funcționare :

$$MTBF = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_2} + \dots + \frac{1}{n \cdot \lambda_n}; \quad (11)$$

$$\diamond \text{ intensitatea de reparare: } \mu = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n; \quad (12)$$

Fiabilitatea sistemelor cu structură mixtă

Funția de structură, în formă generală, este dată de una din exprestiiile:

$$f(x) = 1 - \prod_{j=1}^k \left(1 - \prod_{e_i \in b_j} x_i \right); \quad (13)$$

sau

$$f(x) = \prod_{j=1}^k \left[1 - \prod_{e_i \in b_j} (1 - x_i) \right]; \quad (14)$$

unde: k_j reprezintă numărul de subansambluri minimale de legatură sau întrerupere ($j = 1, 2, \dots, k$);

a_j - subansambluri minimale de legatură;

b_j - subansambluri minimale de întrerupere;

e_i - numărul de elemente din sistem ($i = 1, 2, \dots, n$).

Fie că este exprimată pe baza subansamblurilor de legatură (relația 13), fie pe cea a subansamblurilor de întrerupere (relația 14), funcția de fiabilitate trebuie, în primul rând, să fie simplificată și apoi să se efectueze calcule cu ea. Simplificarea se face considerând elementele sistemului legate între ele sub una din forme: triunghi - figura 1.a; stea - figura 1.b; puncte - figura 1.c.

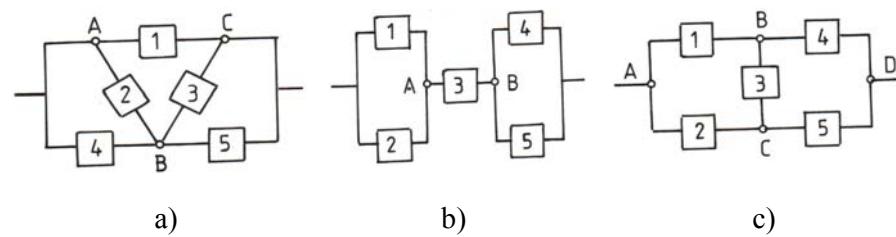


Fig. 1

Pentru cazul legării în triunghi a elementelor sistemului definit de cele 5 elemente $e = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ are, conform schemei logice de fiabilitate - figura 1.a, cinci subansambluri minimale de legătura și două de întrerupere:

$$a_5: \{e_1\}, \{e_2, e_3\}, \{e_2, e_5\}, \{e_3, e_4\}, \{e_4, e_5\},$$

$$b_2: \{e_1, e_2, e_4\}, \{e_1, e_3, e_5\}.$$

Conform relațiilor (13) și (14), funcția de structură, se poate scrie :

$$j(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2 \cdot x_3) \cdot (1 - x_3 \cdot x_4) \cdot (1 - x_4 \cdot x_5),$$

sau

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = [1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2) \cdot (1 - x_4)] \cdot [1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_3) \cdot (1 - x_5)].$$

Pentru cazul legării elementelor sistemului în stea - figura 1.b, avem:

$$a_5: \{e_1, e_3, e_4\}, \{e_1, e_3, e_5\}, \{e_2, e_3, e_4\}, \{e_2, e_3, e_5\},$$

$$b_2: \{e_3\} \{e_1, e_2\}, \{e_4, e_5\}.$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 1 - (1 - x_1 \cdot x_3 \cdot x_4) \cdot (1 - x_1 \cdot x_3 \cdot x_5) \cdot (1 - x_2 \cdot x_3 \cdot x_4) \cdot (1 - x_2 \cdot x_3 \cdot x_5), \quad \text{sau}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = [1 - (1 - x_3)] \cdot [1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2)] \cdot [1 - (1 - x_4) \cdot (1 - x_5)].$$

Pentru cazul legării elementelor în punte - figura 1.c, avem:

$$a_4: \{e_1, e_4\}, \{e_2, e_5\}, \{e_1, e_3, e_5\}, \{e_2, e_3, e_4\},$$

$$b_4: \{e_1, e_2\}, \{e_4, e_5\}, \{e_1, e_3, e_5\}, \{e_2, e_3, e_4\}.$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 1 - (1 - x_1 \cdot x_4) \cdot (1 - x_2 \cdot x_5) \cdot (1 - x_1 \cdot x_3 \cdot x_5) \cdot (1 - x_2 \cdot x_3 \cdot x_4),$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = [1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2)] \cdot [1 - (1 - x_4) \cdot (1 - x_5)] \cdot [1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_3) \cdot (1 - x_5)] \cdot [1 - (1 - x_2) \cdot (1 - x_3) \cdot (1 - x_4)].$$

În toate cazurile, după simplificări, prin înlocuirea variabilelor $x_i = 1, 2, \dots, 5$ cu probabilitățile de funcționare ale elementelor R_i se va obține funcția de fiabilitate $h(R)$ a sistemului.

Fiabilitatea sistemului (R) se poate calcula cu expresiile:

$$R = \sum_{j=1}^k P\{A_j\} - \sum_{j+m}^k P\{A_j A_m\} + \dots + (-1)^{k-1} \cdot P\{A_1 A_2 \dots A_k\}; \quad (15)$$

sau

$$R = 1 - \sum_{j=1}^k P\{\bar{B}_j\} + \sum_{j+m}^k P\{\bar{B}_j \bar{B}_m\} + \dots + (-1)^{k-1} \cdot P\{\bar{B}_1 \bar{B}_2 \dots \bar{B}_k\} \quad (16)$$

unde:

A_j - evenimentul ca toate elementele subasamblului minimal de legătura a_j să fie în stare de funcționare;

\bar{B}_j - evenimentul complementar lui B_j = evenimentul ca toate elementele subasamblului minimal de întrerupere b_j să fie în stare de funcționare.

$$P\{A_{r1}, A_{r2}, \dots, A_{rn}\} = p_{s1} \cdot p_{s2} \cdot \dots \cdot p_{sn} \text{ sau}$$

$$P\{B_{r1}, B_{r2}, \dots, B_{rn}\} = q_{s1} \cdot q_{s2} \cdot \dots \cdot q_{sn};$$

s_1, s_2, \dots, s_r - numărul tuturor elementelor ce fac parte din subasamblurile de legătura $a_{r1}, a_{r2}, \dots, a_{rn}$;

s'_1, s'_2, \dots, s'_n - numărul tuturor elementelor ce fac parte din subasamblurile de întrerupere $b_{r1}, b_{r2}, \dots, b_{rn}$;

p_{si} - fiabilitatea elementului respectiv;

$$q_{si} = 1 - p_{si}$$

III. Date experimentale

Lucrarea electându-se experimental pe cazul cutiei de viteze autoturismului Dacia 1300 existente în laborator (fizic – secționată și sub formă de planșă), se vor indica, în prealabil, fiabilitatea elementelor componente:

$$P_{RDC_1} = 0.85; P_{RDC_2} = 0.92; P_{RDC_3} = 0.87; P_{RDC_4} = 0.93; P_{RDC_5} = 0.95;$$

$$P_{RDK_1} = 0.86; P_{RDK_2} = 0.94. \text{ Precizia de calcul: } 0.000001.$$

IV. Prelucrarea datelor experimentale

1. În prealabil, se va întocmi schema cinematică a cutiei de viteze respective.
2. Se va întocmi schema logică de fiabilitate, indicind numărul și substructura subansamblurilor minimale de legatură (a_λ) și de întrerupere (b_k).
3. Cu ajutorul uneia din relațiile (13) sau (14) se va stabili forma generală a funcției de structură $f(x_i)$.
4. Fiabilitatea sistemului se va calcula cu una din relațiile (15) sau (16), calculând în prealabil sumele:

$$\sum_{j=1}^k P\{A_j\} \text{ sau } \sum_{j=1}^k P\{\bar{B}_j\}.$$

$$\sum_{j,m}^k P\{A_j A_m\} \text{ sau } \sum_{j,m}^k P\{\bar{B}_j \bar{B}_m\}.$$

$$\sum_{j,m,r}^k P\{A_j A_m A_r\} \text{ sau } \sum_{j,m,r}^k P\{\bar{B}_j \bar{B}_m \bar{B}_r\}.$$

$$\sum_{j,m,r,s}^k P\{A_j A_m A_r A_s\} \text{ sau } \sum_{j,m,r,s}^k P\{\bar{B}_j \bar{B}_m \bar{B}_r \bar{B}_s\}.$$

Întrucât trebuie precizată, ca dată inițială de calcul, precizia de calcul a fiabilității, calculul se poate încheia la un $s < k$, dacă ultima sumă a probabilităților este mai mare decât precizia prevazută:

$$\sum_{j,m,r,s}^k P\{A_j A_m A_r A_s\} \geq 0.000001.$$

Dacă numărul elementelor sistemului este mic ($n \leq 5$) se recomandă luarea în calcul a tuturor termenilor funcției de fiabilitate.

LUCRAREA NR. 7

IMPLICAȚIILE ECONOMICE ALE FIABILITĂȚII

A. Scopul lucrării

Lucrarea are drept scop prezentarea unei metode de calcul pentru implicațiile economice ale fiabilității.

B. Elemente teoretice

Creșterea fiabilității unui produs are următoarele implicații asupra cheltuielilor:

- Creșterea prețului de cost la constructor;
- Reducerea cheltuielilor la utilizator.

Dificultatea obținerii datelor de la constructor face ca în calcul să se plece de la prețul de vânzare al produsului cu fiabilitate îmbunătățită. Prezentarea unei metode de calcul pentru un anumit produs este relevantă deoarece arată substanță și compoziția specifică a metodelor ce trebuie întocmite pentru orice alt produs. În lucrare se va prezenta o metodă de calcul aplicată unui parc de autovehicule de transport urban, metodă ce va indica complicațiile creșterii fiabilității, cu mărirea prețului de cumpărare, asupra transportului pe întreaga durată de viață a vehiculului. În tabelul 1 sunt listate cheltuielile de transport ale autobuzelor pe întreaga lor durată de viață.

Tabelul 1

Nr.	Mărimea	Simbolul	Unitatea de măsură	Observații
0	1	2	3	4
I	Prețul de cumpărare	P_c	UM	UM=unitate monetară
II	Durata de viață	V	an	
III	Parcursul în durata de viață	K	km	
IV	Numărul de revizii	p	-	Normat: 2
V	Numărul de revizii intermediare	q	-	Normat: 3
VI	Parcursul anual	K_a	Km/an	$K_a = K/V$
A	<i>Cheltuieli fixe</i>			
1	Prețul de cumpărare	P_{cf}	UM	
2	Taxe	T	UM	Reprezintă 6% pe an din valoarea autobuzului. S-a luat o medie anuală de 3%. Deci $T = 0.03P_cV$
3	Asigurări	A	UM	Cu costul anual A_a rezultă $A = VA_a$
4	Cheltuieli generale	G_f	UM	Includ și cheltuielile administrative, întreținerea clădirilor etc. Notând

				cheltuielile generale anuale G_{fa} rezultă $G_f = VG_{fa}$
B	<i>Salarii</i>	S	UM	Cu S_a pentru un an, $S = VS_a$
C	<i>Cheltuieli variabile</i>			
1	Combustibil	C_0	UM	
2	Lubrifianti	L	UM	Cu excepția primului set
3	Anvelope, camere	a	UM	
4	Intreținere	I	UM	
5	Reparații curente	R	UM	
6	Revizii generale	r_g	UM	Normat: 2
7	Revizii intermediare	r_t	UM	Normat: 3
	Cheltuieli totale pe durata de viață	C_r	UM	$C_r = P_{cf} + T + A + G_g + S + C_0 + L + a + I + R + r_g + r_t$
	Cheltuieli totale medii (la km parcurs)	C_M	UM	$C_M = C_r : K$

În tabelul 2 sunt listate cheltuielile de transport pentru autovehiculele cu durată de viață crescută (cu $x\%$) și cu preț de cumpărare crescut (cu $y\%$). Dacă x este suficient de mare, iar y este suficient de mic, modificările autovehiculului pentru creșterea fiabilității sunt eficiente din punct de vedere economic. Mărimile ce pot fi influențate fie de creșterea prețului autovehiculului, fie de

mărirea duratei de viață , fie de amandoi acești factori , sunt identificate prin asterisc.

Tabelul 2

Nr.	Mărimea	Simbolul	Unitatea de măsură	Observații
0	1	2	3	4
I	Prețul de cumpărare	P_c^*	UM	Este crescut cu $y\%$, deci $P_c^* = P_c \left(1 + \frac{y}{100}\right)$
II	Durata de viață	V^*	an	Crește cu $x\%$, deci $V^* = V \left(1 + \frac{x}{100}\right)$
III	Parcursul în durata de viață	K^*	km	Crește cu $x\%$, deci $K^* = K \left(1 + \frac{x}{100}\right)$
IV	Numărul de revizii generale	p	-	$p = 2$ (cel normat)
V	Numărul de revizii intermediare	q	-	$q = 3$ (cel normat)
VI	Parcursul anual	K_a^*	km	$K_a^* = K_a = K / V$
A	<i>Cheltuieli fixe</i>			
1	Prețul de cumpărare	P_{cf}^*	UM	Crește cu $y\%$, deci

				$P_{cf}^* = P_c^* = P_c \left(1 + \frac{y}{100} \right)$
2	Taxe	T^*	UM	Depinde de prețul și durata de viață a vehiculului, deci $T^* = 0.03 P_{cf}^* V^*$
3	Asigurări	A^*	UM	Depind de durata de viață, deci $A^* = A \left(1 + \frac{x}{100} \right)$
4	Cheltuieligenrale	G_f^*	UM	Depind de durata de parcurs, deci $G_f^* = G_f \left(1 + \frac{x}{100} \right)$
B	<i>Salarii</i>	S^*	UM	Depind de durata de parcurs, deci $S^* = S \left(1 + \frac{x}{100} \right)$
C	<i>Cheltuieli variabile</i>			
1	Combustibil	C_0^*	UM	Depind de durata de parcurs, deci $C_0^* = C_0 \left(1 + \frac{x}{100} \right)$
2	Lubrifianti	L^*	UM	Depind de parcurs, deci $L^* = L \left(1 + \frac{x}{100} \right)$
3	Anvelope, camere	a^*	UM	Se presupune o creștere a duratei medii și deci și a costului, deci $a^* = a \left(1 + \frac{y}{100} \right)$

4	Întreținere	I^*	UM	Datorită creșterii duratei de viață a majorității componentelor, intervalele dintre operațiile de întreținere pot fi mărite. Creșterea cu $x\%$ ce depinde de parcurs se raportează numai la o anumită parte a cheltuielilor, în general $n\%$. Deci: $I^* = I + I \frac{n}{100} \cdot \frac{x}{100}$
5	Reparații curente	R^*	UM	Intervalele dintre reparațiile componentelor cresc. Cheltuielile de reparație pentru defectări depind de parcurs, crescând cu $x\%$. Partea din cheltuieli corespunzătoare acestor cauze se notează cu $u\%$ și va crește deci cu $x\%$. Datorită creșterii prețului de cumpărare al autobuzului, vor crește și cheltuielile pentru piese de schimb. Cheltuielile acestea se presupune că sunt $t\%$ din cheltuielile totale de reparații curente. Creșterea cu $y\%$ corespunde numai acestei părți. Prin urmare: $R^* = R + R \frac{u}{100} \cdot \frac{x}{100} + R \cdot \frac{t}{100} \cdot \frac{y}{100}$
6	Revizii generale	r_g^*	UM	Pentru motivele precedente, creșterea cheltuielilor va afecta numai o parte a cheltuielilor totale, notată cu $z\%$. Cheltuielile pentru

				piesele de schimb pentru reviziile generale se ridică la $w\%$ din cele totale. Prin urmare: $r_g^* = r_g + r_g \frac{z}{100} \cdot \frac{x}{100} + r_g \frac{w}{100} \cdot \frac{y}{100}$
7	Revizii intermediare		UM	În condiții similare celor precedente și datorită faptului că o singură revizie intermediară se ridică la aproximativ 60% din cheltuielile reviziilor generale, urmează că $r_i^* = \frac{0,6 r_g^*}{2} \cdot 3$
	Cheltuielile totale pe durata de viață	C_T^*	UM	$C_T^* = P_{cf}^* + T^* + A^* + G_f^* + S^* + C_o^* + L^* + a^* + I^* + R^* + r_g^* + r_i^*$
	Cheltuielile totale medii (la km parcurs)	C_M^*	UM	$C_M^* = C_T^* : K^*$
	Economia în durata de viață mărităfață de autobuzul original	E	UM	$E = (C - C_M^*) \cdot K^*$
	Economia precedentă raportată la prețul de cumpărare	e	%	$e = \frac{E}{P_c^*} \cdot 100$

C. Date experimentale

Cheltuielile totale pentru autobuzul cu fiabilitate crescută C_T^* vor fi mai mari decât cele aferente autobuzului original C_T , dar cheltuielile medii specifice, raportate la km parcurs, C_M^* , vor fi mai reduse. Prin urmare, pentru fiecare km parcurs de către autobuz, utilizatorul câștigă valoarea $C_M - C_M^*$ care, multiplicată cu numărul de km parcurși K^* (care este mai mare decât cel din cazul autobuzului original, K), reprezintă economia totală E pe durata de viață a autobuzului. Numărul de km parcurși într-un an rămâne neschimbat pentru ambele cazuri ($K_a^* = K_a$), deoarece varianta de autobuz cu fiabilitate crescută va fi exploatată în cadrul aceluiași program de parcurs anual ca și varianta originală. Ultima mărime calculată este aceea a economiei totale exprimată în procente din prețul de cumpărare al autobuzului.

D. Prelucrarea datelor experimentale

Rezultatele numerice ale metodei de calcul se reprezintă conform figurilor 1 si 2. Ele vor ilustra efectul creșterii duratei de viață, respectiv al măririi fiabilității (fără creșterea duratei de viață) asupra cheltuielilor de transport ale unui autobuz.

Se calculează efectele creșterii fiabilității până la 30% și ale majorării prețului la cumpărare până la 20%, rezultatele fiind exprimate în valori monetare, în durata de viață, în procente față de prețul original al autobuzului și în costul transportului la km parcurs. Valorile sunt pozitive atunci când reprezintă economii și negative când sunt pierderi. Datele vor arăta limita până la care este util să crească prețul autobuzului, dacă se dorește ca majorarea realizată a fiabilității să aducă beneficii. Concluzia desprinsă din analiza rezultatelor se va referi la posibilitățile de creștere substantiale ale beneficiilor prin ridicarea fiabilității autobuzelor, cu o creștere cât mai redusă a prețului de cumpărare.

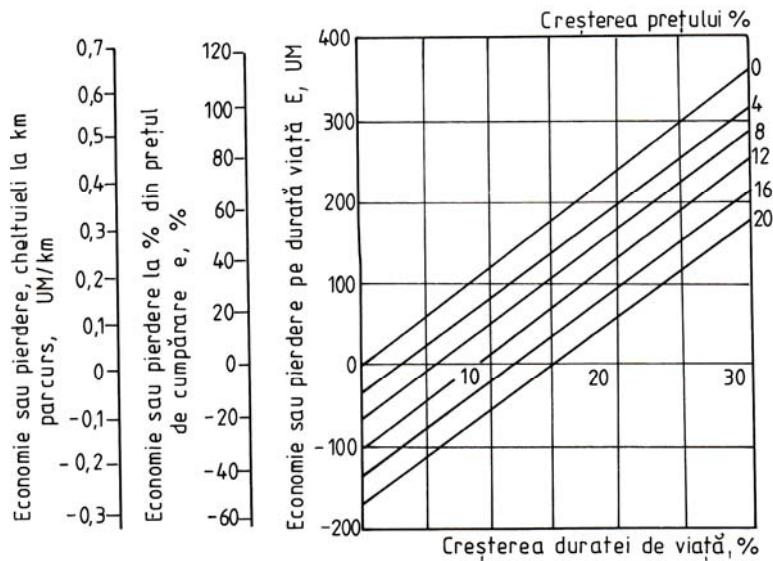


Fig. 1

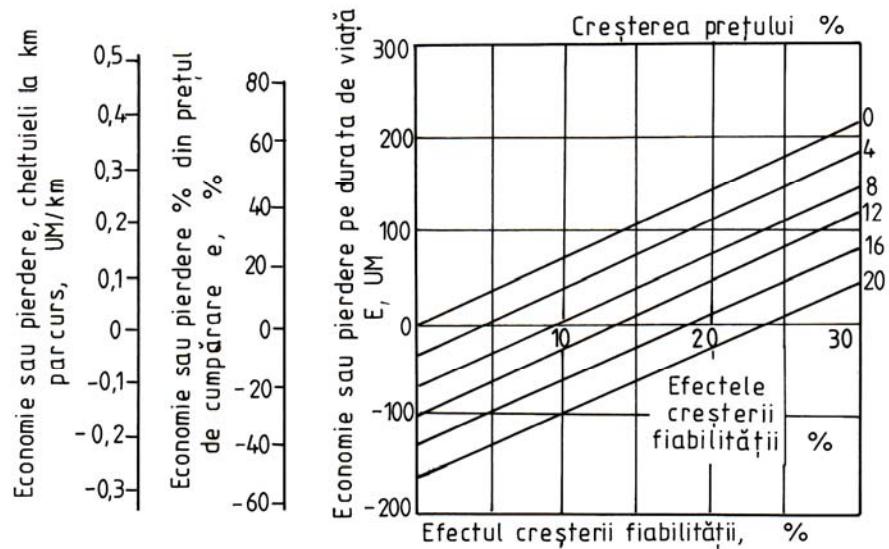


Fig. 2

LUCRAREA NR. 8

EFICIENȚA ECONOMICĂ DE UTILIZARE A UNUI PRODUS

I. Scopul lucrării

Lucrarea are drept scop prezentarea metodei de calcul ce precizează condițiile în care utilizarea produsului în timp este rentabilă.

II. Elemente teoretice

Pentru îndeplinirea acestui deziderat ce impune ca utilizarea produsului să se desfașoare în timp cu cheltuieli totale inferioare beneficiilor pe care le generează utilizarea produsului. În cadrul unei metode unitare, este necesar totuși să se considere în mod separat cazul produselor la care nu se prevad defectări (I), de cazul în care acestea sunt previzibile (II).

Cazul I

Condiția generală de calcul economic poate fi exprimată prin inegalitatea:

$$Venituri \geq Cheltuieli \text{ normale de funcționare} \quad (1)$$

Prin noțiunea de venituri se înțeleg resursele necesare înlocuirii produsului uzat după o anumită durată de viață a acestuia.

$$Venituri = Cheltuieli \text{ normale de funcționare} + Cota \text{ de beneficiu}$$

Cheltuielile normale de funcționare pot fi sintetizate printr-o relație care exprimă creșterea lor, prin intermediul unui cost specific K_n al funcționării normale:

$$K_n \cdot t \quad (2)$$

Cota de beneficiu se poate aprecia ca o fracțiune a cheltuielilor normale precedente, prin intermediul unui coeficient de beneficiu C_b :

$$C_b \cdot (K_n \cdot t) \quad (3)$$

$$Veniturile = K_n \cdot t + C_b \cdot K_n \cdot t = K_n \cdot t \cdot (1 + C_b) \quad (4)$$

Cheltuielile de funcționare au urmatoarea componență:

- prețul inițial de achiziționare al produsului – P_t ;
- cheltuielile normale de funcționare (rel. 2) ;
- cheltuielile de punere în funcțiune a produsului – k ;
- costul investiției necesare înlocuirii produsului uzat cu altul nou, al cărui preț s-a modificat în timp după fluctuația pieței:

$$P_t + K_v \cdot P_t \cdot t \quad (5)$$

unde K_v este quantumul variației de timp a prețului.

Deci cheltuielile de funcționare sunt:

$$P_t + K_n \cdot t + k + P_t + K_v \cdot P_t \cdot t \quad (6)$$

Inegalitatea (1) devine:

$$K_n \cdot t \cdot (1 + C_b) \geq P_t \cdot (2 + K_v \cdot t) + K_n \cdot t + k \quad (7)$$

În foarte multe cazuri, cheltuielile de punere în funcționare sunt valoric neglijabile, deci $k = 0$:

$$K_n t (I + C_b) \geq P_t(2 + K_v t) + K_n t \quad (8)$$

relație care poartă numele de „condiție de supraviețuire” (reprezentată grafic în figura 1).

Durata de funcționare se deduce din relația (8):

$$t \geq \frac{2P_t}{K_n C_b - P_t K_v} \quad (9)$$

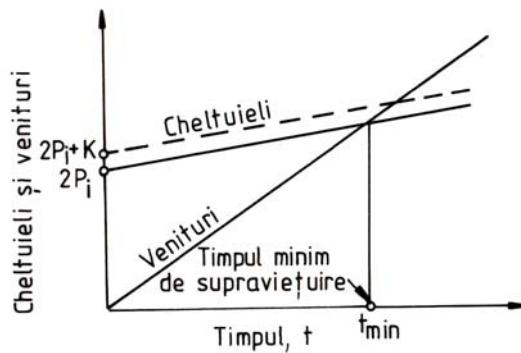


Fig. 1

Evident,

$$K_n C_b - P_t K_v > 0 \Rightarrow C_b > P_t \frac{k_v}{k_n} \quad (10)$$

Cota beneficiului, pe de o parte, nu poate fi oricât de mare și nu este, pe de altă parte, admisibil să fie prea mică.

$$C_{b\ min} \leq C_b \leq C_{b\ max} \quad (11)$$

Din relația (10) reiese că beneficiile substanțiale pot fi obținute atunci când cheltuielile întreținerii sunt reduse (se micșorează valoarea lui K_n).

Din relația (8) rezultă și cota beneficiului:

$$C_b \geq \frac{P_i(2 + K_v t)}{K_n t} \quad (12)$$

Considerând semnul egalității, relația (12) reprezintă hiperbola reprezentată în figura 2.

Evaluând o valoare pentru beneficiu maxim posibil (C_{bmax}) se poate obține valoarea corespunzătoare a duratei de viață minimă necesare (t_{min}) sau evaluând durata de viață previzională (t_{prev}) se poate determina valoarea minimă necesară a cotei de beneficiu (C_{bmin}). În concluzie, relațiile prezentate dau posibilitatea de a evalua cota de beneficiu necesară pentru constituirea resurselor necesare înlocuirii produsului uzat după o anumită durată de viață a acestuia.

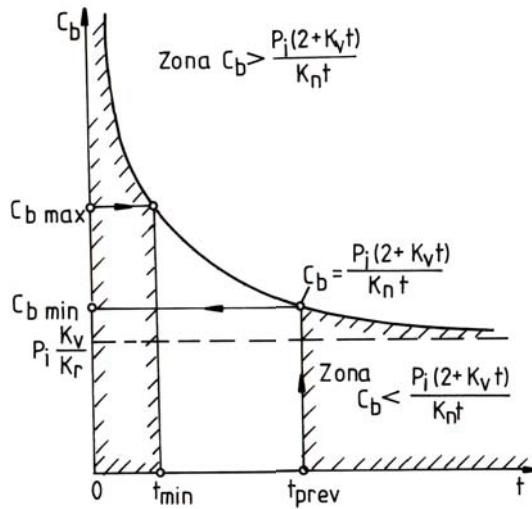


Fig. 2

Cazul II

În acest caz, în cheltuielile totale de funcționare trebuie înscrise și cele aferente repunerii în starea de funcționare:

- cheltuielile de reparații – R ;
- cheltuielile (pierderile) prin întreruperea funcționării - I .

Acste cheltuieli trebuie compensate față de probabilitatea de defectare a produsului. Acceptând un model parabolic de variație a acesteia - figura 3, rezultă:

$$t^2 = xp \quad (13)$$

Impunând ca la probabilitatea de defectare $P_{0,5} = 1/2$, timpul de funcționare să aibă valoarea $t_{0,5}$, rezultă:

$$x = 2t_{0,5}^2$$

Deci relația (13) devine:

$$t^2 = 2t_{0,5}^2 \cdot p \quad (14)$$

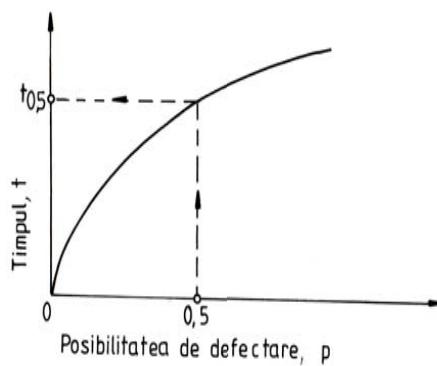


Fig. 3

Probabilitatea de defectare este:

$$p = \frac{t^2}{2t_{0,5}^2} \quad (15)$$

Cheltuielile ($R + I$) fiind comensurate prin probabilitatea de defectare, contribuția lor în cadrul celor totale este:

$$D = (R + I)p = (R + I) \frac{t^2}{2t_{0,5}^2} \quad (16)$$

Inegalitatea (1) devine:

$$K_n t (I + C_b) \geq P_i(2 + K_v t) + K_n t + k + (R + I) \frac{t^2}{2t_{0,5}^2} \quad (17)$$

care, considerând și $k = 0$, devine:

$$2P_i + (P_i K_v - K_n C_b)t + (R + I) \frac{t^2}{2t_{0,5}^2} \leq 0 \quad (18)$$

Egalând cu zero se pot determina cele două soluții (t_1 și t_2) între care se găsește domeniul de supraviețuire - figura 4:

$$t = \frac{(K_n C_b - P_i K_v) \pm \sqrt{(K_n C_b - P_i K_v)^2 - 4P_i \frac{R+1}{t_{0,5}^2}}}{(R + I) / t_{0,5}^2}^{1/2} \quad (20)$$

Pentru ca să existe două soluții este evident:

$$(K_n C_b - P_i K_v)^2 - 4 P_i \frac{R+1}{t_{0,5}^2}, \text{ de unde rezultă:}$$

$$t_{0,5} \leq \frac{2[P_i(R+I)]^{1/2}}{K_n C_b - P_i K_v} \quad (21)$$

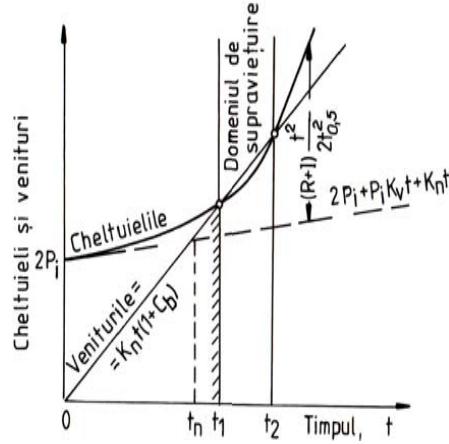


Fig. 4

Condiția obligatorie $t_{0,5} > 0$, conduce la:

$$K_n C_b - P_i K_v \geq 0 \text{ sau } P_i \leq \frac{K_n}{k_v} C_b \text{ sau } C_b \geq P_i \frac{K_n}{k_v} \quad (22)$$

Din condiția de supraviețuire - relația (18), se deduce cota beneficiului:

$$C_b \geq \frac{2P_i}{K_n t} + \frac{K_v}{k_n} P_i + (R+I) \frac{t}{2t_{0,5}^2 k_v} \quad (23)$$

care este reprezentată grafic în figura 5.

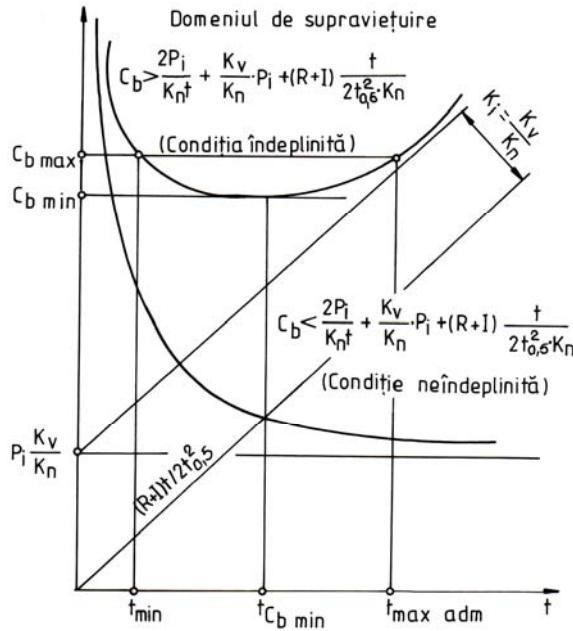


Fig. 5

Din această reprezentare pot fi stabilite perechile (t_{min}, C_{bmax}) și $(C_{bmin}, t_{max \text{ adm}})$. Valoarea duratei care corespunde cotei de beneficii minime (C_{bmin}) , necesare pentru supraviețuire, se deduce anulând derivata în raport cu t a relației (23):

$$t_{C_{bmin}} = 2t_{0,5}^2 [P_i / (R + I)]^{1/2} \quad (24)$$

Depinzând de $t_{0,5}$ și de $(R+I)$, rezultă că acestea trebuie studiate și evaluate cât mai precis, lucrul ce nu se poate îndeplini decât într-un sistem teoretic bine organizat.

LUCRAREA NR. 9

METODE DE EVALUARE A CALITĂȚII SAU PERFORMANȚELOR GLOBALE A PRODUSELOR

A. Scopul lucrării

Evaluarea calitativă și determinarea performanțelor se practică la toate fazele proiectării și experimentării produselor. Evaluarea calitativă a produsului vizează determinarea unui indicator de calitate, de ansamblu a acestuia. Un paleativ al evaluării calitative este și ordonarea sau ierarhizarea produselor din punct de vedere calitativ prin care se pot pune în evidență cel mai bun și cel mai slab produs, precum și produsele de calitate intermedieră fără a calcula un indicator numeric asociat. Performanțele produselor sunt proprietățile lor de a realiza scopurile utilitare, cum ar fi, productivitatea la utilajele de lucru, precizia de măsurare la aparatelor de măsura, viteza maximă și viteza optimă la calculatoare, precum și fiabilitatea și durabilitatea la toate mijloacele menționate, greutatea, gabaritele și.a. Cu alte cuvinte, performanțele reprezintă caracteristicile tehnice definitorii ale produselor. Se poate vorbi de performanțele produselor luate separat, în forma simplă, sau compusă, cum este productivitatea la mașinile de lucru și de performanțe de ansamblu care integrează influențele performanțelor parțiale într-un indicator de performanță global. În acest caz din urmă, indicatorul de performanță coincide cu indicatorul calității de ansamblu al produsului.

Există mai multe metode de evaluare a calității sau performanței globale a produselor, ca: Electre, Combinex, KT și Rompedet.

Metoda ROMPEDET

Metoda ROMPEDET (Romanian Model of Performance Determination) elaborat de Ion Stăncioiu și prezentat în [10] permite să se înălăture într-o mare măsură subiectivismul aprecierii nivelului tehnic și calitativ. Astfel, performanța H_i a unei variante de produs V_i ($i=1,m$) se obține adoptând o variantă V_k drept bază și raportând la caracteristicile acesteia valorile caracteristicilor variantei V_j , ținând seama, totodată, de importanța fiecărei caracteristici în parte, potrivit formulei:

$$H_i = a \prod_{j \in S_1} \left(\frac{x_{ij}}{x_{kj}} \right)^{\gamma_j} \prod_{j \in S_2} \left(\frac{x_{ij}}{x_{kj}} \right)^{\gamma_j} \quad (1)$$

în care:

- ✓ a este un factor de scală (s-a propus $a = 1000$) pentru o diferențiere cât mai concludentă a variantelor;
- ✓ x_{ij} = valorile caracteristicilor tehnice j ale variantei V_i ;
- ✓ x_{kj} = idem în cazul variantei V_k ;
- ✓ γ_j = ponderea ocupată de caracteristica j în definirea nivelului performanței H_i ;
- ✓ γ_j este normată astfel:
 - S_1 - submulțimea caracteristicilor care este de dorit să aibă valori cât mai mari pentru ca performanța să fie cât mai ridicată.
 - S_2 - submulțimea complementară a caracteristicilor care este de dorit să fie cât mai mici pentru ca performanța să fie cât mai ridicată.

Dacă în (1) se face $i = k$ va rezulta $H_k = a$, deci deformarea produsului luat de referință este egală cu factorul de scală a . Metoda ROMPEDET este

asemănătoare principal cu celelalte metode de selecție și ierarhizare a variantelor în sensul că apelează ca și metodele respective la două elemente care definesc calitatea de ansamblu sau performanța globală a unui produs, notele sau unitățile fiecărei caracteristici la fiecare variantă (parantezele din formulă) și coeficientul de importanță a fiecărei caracteristici (ponderile j). Există însă deosebiri de fond în stabilirea acestora. Astfel "notele" vor rezulta din raportarea caracteristicilor la acelea ale variantei de referință. Liniaritatea ce apare în definirea "notelor" prin acest procedeu este acceptabilă deoarece la majoritatea produselor și caracteristicilor tehnice diferențele de valori ale caracteristicilor au rate mici, în porțiunile respective fiind admisă aproximarea curbelor cu dreptele. Cât privește ponderile, ele se pot calcula analizând sensibilitatea funcției cheltuielilor de exploatare ale produselor la beneficiari, dependent de variațiile infinitezimale ale caracteristicilor tehnice.

Algoritmul determinării este următorul:

1. Se scrie funcția cheltuielilor de exploatare ale produsului dat, $C = f(X)$ unde X reprezintă mulțimea caracteristicilor x_j ($j=1, 2, \dots, n$);
2. Se stabilește diferențiala modificată a funcției respective $d\tilde{C}$ sub forma

$$d\tilde{C} = \left| \frac{\partial C}{\partial X_1} \right| dx_1 + \left| \frac{\partial C}{\partial X_2} \right| dx_2 + \cdots + \left| \frac{\partial C}{\partial X_n} \right| dx_n, \quad (2)$$

în care derivele parțiale sunt luate în modul pentru a asigura condiția de normare a ponderilor γ_j , respective $\sum \gamma_j = 1$.

3. Se împarte expresia (2) la $d\tilde{C}$ și rezultă:

$$1 = \left| \frac{\partial C}{\partial X_1} \right| \frac{dx_1}{d\tilde{C}} + \left| \frac{\partial C}{\partial X_2} \right| \frac{dx_2}{d\tilde{C}} + \cdots + \left| \frac{\partial C}{\partial X_n} \right| \frac{dx_n}{d\tilde{C}} \quad (3)$$

În consecință,

$$1 = \sum_j \left| \frac{\partial C}{\partial X_j} \right| \frac{dx_j}{d\bar{C}} \Leftrightarrow 1 = \sum_j \gamma_j$$

Prin urmare,

$$\gamma_j = \left| \frac{\partial C}{\partial X_j} \right| \frac{dx_j}{d\bar{C}} ; 0 \leq \gamma_j \leq 1 \quad (4)$$

Se prezintă un exemplu simplificat de evaluare a nivelului calitativ al unor variante de produse, folosind aceasta metodă;

Se cere să se departajeze calitativ 2 modele de autoturisme de 5 locuri, cu 4 portiere, pe benzină CO 95, ținând seama de 5 caracteristici tehnice prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Producător	Caracteristici				
	Viteză optimă, v (km/oră)	Consum specific, q (litri/100km)	Durabilitate mers T (ani)	Timp mediu reparatie r (ani)	Durata de serviciu D (ani)
A_1	80	8	1	0,1	3
A_2	75	9	1,5	0,2	5

Caracteristicile tehnice ale autoturismelor A_1 și A_2 .

Acstea autovehicule sunt folosite de către o societate de taximetre ce dispune de date statistice și economice în legătură cu costurile de exploatare. Un extras din datele respective este prezentat în tabelul 2.

Tabelul 2

Elemente ale cheltuielilor de exploatare a taximetrelor (anul 1999)

Nr.	Specificații	Valori
1.	Fond de timp nominal F_n (ore/an)	$F_n = 300$ zile/an x 16 ore/zi = 4800
2.	Salariul mediu S (lei/an)	$S = 2$ conducători auto x 10000 lei/lună x 12 luni=240000

3.	CAS - cota ajutor şomaj d (lei/an)	$(16\% + 4\%) \times 240000 = 48000$
4.	Costul combustibilului C_1 (lei/litru)	30
5.	Costul mediu al rep. planificate C_R^P (lei/an)	150000
6.	Costul mediu al rep. accidentale C_R^A (lei/an)	10000
7.	Preț mediu de achiziție al autoturismelor V (lei/autoturism)	350000

Pentru rezolvarea problemei se pot determina ponderile γ_j ($j = 1, 2, 3, 4, 5$) cu algoritmul menționat mai sus:

1. Se scrie formula cheltuielilor $C = f(X)$, mai întâi ca structură de termeni.

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \text{ [lei/km]},$$

unde

C_1 - reprezintă cheltuieli cu salariile șoferilor;

C_2 - cheltuieli cu combustibilul;

C_3 - cheltuieli cu întreținere și reparării;

C_4 - amortismente.

Cu simbolurile caracteristicilor din tabelul 9.1 și ale indicatorilor specificați în tabelul 9.2 se explicitează cheltuielile $C_1 + C_4$ astfel:

$$C_1 = \frac{s(1+\frac{\delta}{100})}{FV} = \frac{s(1+\frac{\delta}{100})}{F_n(1-\frac{\tau}{T+\tau})V}; \quad C_2 = -\frac{q}{100} C_1;$$

$$C_3 = \frac{C_R^P + C_R^A}{F_n(1-\frac{\tau}{T-\tau})V}; \quad C_4 = \frac{V}{D F_n(1-\frac{\tau}{T-\tau})V}$$

Așadar,

$$C_1 = \frac{s\left(1 + \frac{\delta}{100}\right)}{F_n\left(1 - \frac{\tau}{T+\tau}\right)V} = \frac{q}{100} C_1 + \frac{C_R^P + C_R^A}{F_n\left(1 - \frac{\tau}{T-\tau}\right)V} + \frac{V}{DF_n\left(1 - \frac{\tau}{T-\tau}\right)V}$$

2. Se efectuează derivatele parțiale ale funcției după variabilele v , g , T , τ și D .

Rezultă:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial v} &= -\frac{K_1}{V^2}, & \frac{\partial C}{\partial q} &= \frac{C_1}{100}, & \frac{\partial C}{\partial T} &= -K_3 \frac{\tau}{T}; \\ \frac{\partial C}{\partial \tau} &= -\frac{K_3}{T}, & \frac{\partial C}{\partial D} &= -\frac{K_4}{D^2}, \end{aligned}$$

unde,

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{s\left(1 + \frac{\delta}{100}\right)D + (C_R^P + C_R^A)D + V}{DF_n\left(1 - \frac{\tau}{T-\tau}\right)}, \\ K_3 &= \frac{1}{F_n \cdot v} \left[S \left(1 + \frac{\delta}{100} \right) + C_R^P + C_R^A + \frac{V}{v} \right]; \\ K_4 &= \frac{V}{F_n \left(1 - \frac{\beta_t}{T+\tau} \right)}. \end{aligned}$$

Considerând $dx_j = 0,01x_j$ diferențiala modificată $d\tilde{C}$ va fi:

$$\begin{aligned} d\tilde{C} &= \left| \frac{K_1}{v^2} \right| 0,01v + \left| -\frac{C_1}{100} \right| 0,01q + \left| -K_3 \frac{\tau}{T^2} \right| 0,017 + \left| \frac{K_3}{T} \right| 0,017 + \\ &\quad + \left| -\frac{K_4}{D^2} \right| 0,01D = 0,01 \left(\frac{K_1}{v} + \frac{qc_1}{100} + 2K_3 \frac{\tau}{T} + \frac{K_4}{D} \right) \end{aligned}$$

Se observă că diferența $d\tilde{C}$ poate fi evaluată numeric dacă se cunosc valorile K_1 , K_3 , K_4 , și mărimele statistice ale variabilelor v , q , T , τ și D , rezultate din experiența utilizatorilor produselor similare. Dacă astfel de date statistice nu se află la dispoziție, cum este și cazul de față, se pot lua mediile valorilor caracteristicilor produselor supuse analizei. În orice caz nu se vor lua valorile x_j ale caracteristicilor pentru fiecare, deoarece s-ar ajunge la valori $d\tilde{C}$ și implicit ceea ce ar denota concluziile calculelor nivelelor H_t . Utilizatorul are o optică unică de a privi calitățile produselor folosite de el și nu este justificat să-și schimbe optica în funcție de variantă. Optica aceasta este invariantul pe care se bazează

alegerea. Valorile medii ale caracteristicilor sunt: $v = 77,5$; $q = 8,5$; $\tau = 0,15$; $T = 1,25$; $D = 4$.

Cu acestea se obțin coeficienții: $K_1 = 145,9$; $K_3 = 1,458$ și $K_4 = 1,053$.

Diferențiala modificată va fi $d\tilde{C} = 0,05043$.

3. Se aplică (4) și rezultă ponderile:

$$\gamma_v = 0,373;$$

$$\gamma_q = 0,505;$$

$$\gamma_T = 0,035;$$

$$\gamma_\tau = 0,035;$$

$$\gamma_D = 0,052.$$

Pentru calculul nivelului performanțelor celor două autoturisme A_1 și A_2 se aprobă produsul A_1 de referință. Aceasta va avea performanța $HA_1=1000$. Indicatorul performanței produsului A_2 se calculează cu formula (1).

$$HA_1 = 1000 \left(\frac{75}{80} \right)^{0,373} \left(\frac{1,5}{1} \right)^{0,035} \left(\frac{5}{3} \right)^{0,052} \left(\frac{8}{9} \right)^{0,505} \left(\frac{0,1}{0,2} \right)^{0,035} = 935,133$$

În cazul în care lipsesc informațiile despre cheltuielile de exploatare, sau scrierea funcției acestor cheltuieli în raport de caracteristicile produselor este dificilă, ponderile γ_j se pot stabili cu formula (5):

$$\gamma_j = \gamma_h = \frac{\sum_{j_1} j_1 j_2}{\sum_{j_2} \sum_{j_1} a_{j_1 j_2}}; \quad 0 \leq \gamma_j \leq 1; \quad \sum \gamma_j = 1$$

În care $a_{j_1 j_2}$ reprezintă, elementele matricei pătrate:

$A_{nm} = \|a_{j_1 j_2}\|$, având valorile:

$$a_{j_1 j_2} = \begin{cases} 1, C_{j_1} IC_{j_2} & (\text{caracteristica } C_{j_1} \text{ este de egală importanță cu } C_{j_2}) \\ 2, C_{j_1} PC_{j_2} & (\text{caracteristica } C_{j_1} \text{ este mai importantă decât } C_{j_2}) \\ 4, C_{j_1} PPC_{j_2} & (\text{caracteristica } C_{j_1} \text{ este mult mai importantă decât } C_{j_2}) \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$$

unde I este operator logic de indiferență, iar P este operator logic de preferință. Pentru aplicarea metodei ROMPEDET în această variantă, celelalte etape rămân identice.

LUCRAREA NR. 10

EVIDENȚIEREA SEGMENTULUI DE PIAȚĂ NEOCUPAT DE UN PRODUS. DIRECȚIONAREA PROIECTĂRII POTRIVIT RĂSPUNSULUI PIEȚII

A. Scopul lucrării

Lucrarea este concepută pentru a prezenta metode de evidențiere a nișelor de piață neocupate de un anumit tip de produs și de direcționare a proiectării produsului prin stabilirea unei teme de proiectare care să cuprindă binomul performanță-preț ce definește segmentul de piață neocupat. În situația în care nișa neocupată de piață este definită de o strategie ineficientă, se evidențiază posibilitățile prin care firmele își modifică strategiile conform cu răspunsul pieței.

B. Produs. Pregătirea tehnică a asimilării de produse noi în condiții pe performanță și eficiență economică

Conform standardului ISO 8402, produsul este rezultatul unor activități sau procese și poate fi orice bun material, serviciu, rezultat al unor procese continue sau o combinație a acestora.

Proiectarea de produse noi trebuie să meargă "mână în mână" cu cercetarea pieței și evaluarea eficienței economice. În organograma din figura 1 se prezintă principalele etape ale proiectării și experimentării

produselor noi (partea din stânga) în conjuncție cu etapele analizelor și calculelor comerciale și economico-financiare (partea dreaptă a figurii). Potrivit cercetătorilor Clark și Fujimoto [4] care au analizat 30 proiecte ale industriei mondiale de automobile din 20 de firme americane, europene și japoneze cu o contribuție de 70% la producția mondială, partea de proiectare a produsului și tehnologiei de fabricație (product engineering) se desfășoară în medie pe 30 de luni, iar partea de analiză tehnico-economice și fundamentare (product planning) - pe 14 luni în Japonia, respectiv 40-42 luni pentru product engineering și 22-23 luni pentru product planning în SUA și Europa. Organizarea superioară a asimilării de produse noi și folosirea în această activitate a tehnicii electronice de calcul asigură că japonezii să cheltuiască pentru un proiect de mașină nouă doar 1/3 din orele de inginerie cheltuite de partenerii europeni și americani.

Dar cel mai important aspect ce se desprinde din cercetările amintite este caracterul integrativ al procesului de asimilare a produselor noi de serie și o diseminare a actului decizional pe tot parcursul asimilării, aşa cum se poate vedea și în figura 10.1 ce sintetizează experiența proprie și străină în acest domeniu. Avem de-a face cu un sistem de cicluri de proiectare și decizionale interconectate. Astfel, pe figură se pot observa ciclurile studiului de oportunitate și fezabilitate (1-7), proiectul tehnic și de execuție care se referă atât la produs cât și la capacitatele de producție aferente (8-11), execuției și omologării prototipului și seriei zero (12-15), rezolvării aspectelor comerciale ale desfacerii produsului pe piață (16-19), iar după introducerea în fabricație normală și respectiv comercializarea produselor, se practică verificări curente (lunar, anual) ale rentabilității și competitivității cu feed-back asupra continuității fabricației și reluării ciclului de asimilare a unui nou produs (20-22).

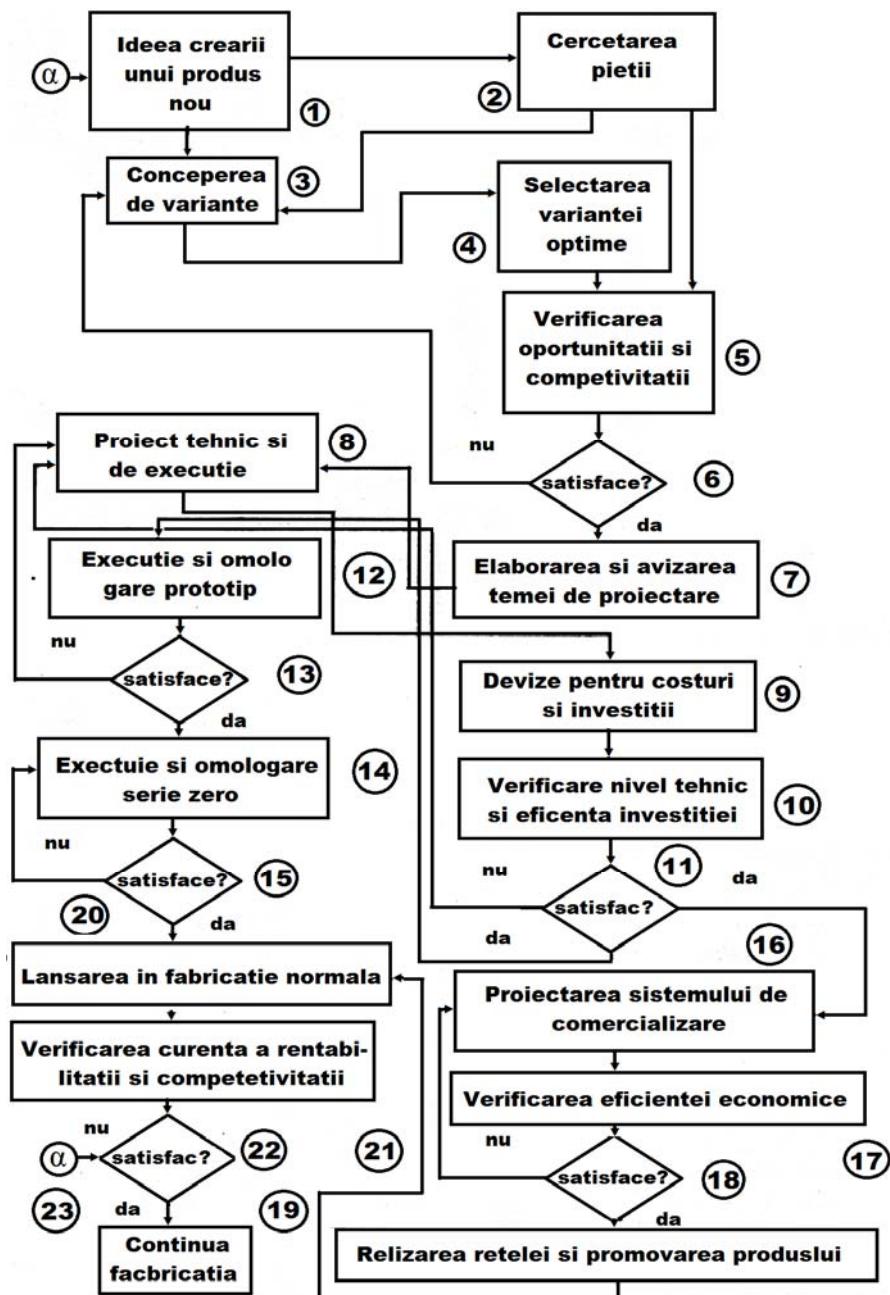


Fig. 1 — Fazele lansării unui produs de serie

Pentru ca ciclul de asimilare să nu se lungească excesiv, în această schemă integrată se impune realizarea a cât mai multor activități în paralel și se apelează frecvent la fluxuri informaționale bi- și multidirecționale, toate ciclurile parțiale având, aşa cum s-a precizat, câte 2 părți: partea stângă pentru proiectarea și experimentarea produsului și partea dreapta pentru activități asociate (comerciale, de personal, finanțier-economice).

Coerența procesului de asimilare pe baza schemei din figura 10.1, fiind evidentă, omisiunea unor faze nu poate să producă decât prejudicii firmei. În asigurarea efectivă a coerenței, rolul principal îl joacă responsabilul de produs (directorul de produs sau managerul produsului). Succesul competițional va depinde, în viitor într-o măsură din ce în ce mai mare de capacitatea de coordonare a ansamblului rețelei de participanți la activitatea de asimilare, echilibrând judicios proiectarea produsului cu proiectarea tehnologiilor, organizarea experimentării și fabricației cu pregătirea personalului și cu comercializarea pe piețe a produselor.

Problemele referitoare la estimarea performanțelor și eficienței produsului se întâlnesc în aproape toate fazele menționate în fig.10.1. Ele se referă la modelele de formulare a politicilor și strategiilor de marketing, modele de creativitate, modele de evaluare a calității și eficienței economice, prognoze economice și tehnologice, modele de selectare a produselor și tehnologiilor.

C. Strategiile poziționării produsului în contextul pieței

Prin produse noi se înțeleg alte produse care nu au corespondent în nomenclatoarele de produse comercializate pe piețe cât și produsele rezultate prin proiectarea unor produse existente care au devenit învechite. Ideea creării unui produs nou la care se referă faza 1 din figura 10.1 provine din surse diferite. Cercetări întreprinse în 71 companii

americane au scos în evidență următoarele surse și procente ale participării surselor respective la generarea de idei:

Marketingul	32,4
Proiectarea.....	26,5
Conducerea firmelor.....	13,1
Clienții	10,6
Serviciile de pregătire tehnică	6,7
Fabricația	3,7
Alte surse.....	7,0
	100,0

Există dispersii însemnante față de ponderile de mai sus în funcție de natura companiilor, însă poate fi reținut ca semnificativ faptul că personalul din domeniile marketingului și proiectării este cel mai prolific în generarea de idei privind produsele noi, la toate firmele. Ideea creării unui nou produs nou, îndiferent din ce sursa ar proveni este transformată apoi de proiectanți în colaborare cu specialiștii în marketing, în diferite variante. La aceasta se referă faza 3 a schemei din figura 1. Participanții la aceasta fază provenind din domeniul marketingului pot prezenta, pe baza cercetării pieței pe care ei o întreprind (faza 2), diverse sugestii. Un mod relevant de a realiza acest deziderat constă în sistematizarea variantelor principale cu ajutorul tablourilor cu cadrane preconizate în publicațiile de marketing. Se dă ca exemplu un astfel de tablou pentru autocamioanele produse de 7 firme americane după preț și performanță [3, 8].

Se observă că 4 firme se plasează în cadrul din centrul figurii 2. Acestea caută să fie bune atât ca performanță cât și ca preț de livrare, situându-se la ambele aspecte pe poziții mijlocii. Au însă rate de profit, în % față de capital, mai mici decât acelea obținute din firmele conducătoare - Ford și Paccar. Pentru ca firmele cu poziție mijlocie să-și îmbunătățească rata profiturilor trebuie să facă o opțiune clară pentru una

din cele trei strategii câștigătoare. De exemplu, International Harvester (IH) are următoarele 3 opțiuni: poate investi creând o nouă uzină mai modernă care să permită obținerea același produs cu cost mai scăzut; în acest caz va intra în concurență cu Ford și General Motors, ambele fiind lideri în ce privește costul; a doua opțiune ar fi ca IH să îmbogățească calitatea și service-ul autocamioanelor sale (pentru care, însă, se cere timp îndelungat și mulți bani), întrând, de data asta, în competiție cu Paccar și Mack - lideri în obținerea de profit pe baza de diferențiere a produselor și calitate; a treia posibilitate este ca prin diferențierea produselor să ocupe unele nișe libere atât în domeniul costului redus cât și al calității ridicate. IH a adoptat anume cea de a treia variantă, devenind lider în fiecare nișă, fie prin cost redus, fie prin calitate ridicată, sau chiar prin ambele atracții urmărite, plasându-se, în acest ultim caz, în cadranul din dreapta sus.

<i>Performanța</i>		
R	<ul style="list-style-type: none"> • Paccar 30.7% 	
M	<ul style="list-style-type: none"> • Mack 19.9% • Freightliner 12.9% • General Motors • 22% • Internatmal Harvester 9% 	<ul style="list-style-type: none"> • Ford 25%
S	• White Motor 4.7%	
R	M	S

Preț de livrare

Fig. 2 Pozițiile ocupate de produsele a 7 firme

R - ridicat; M - mediu; S - scăzut

Informațiile din figura 2 permit să se procedeze la o sistematizare a strategiilor poziționării produselor în contextul pieții. Astfel, dacă

elementele matricii asociate diagramei din figura 2 se notează cu a_{ij} unde i reprezintă codurile liniilor și j codurile coloanelor, atunci se pot formula următoarele strategii de poziționare a produsului pe piață:

a_{RR} - strategie de prestigiu, în figura 2 niciuna din cele 7 firme nu este situată în cadranul din stânga-sus al tabloului respectiv, căreia îi corespunde mixul - performanță ridicată (R) și preț ridicat (R);

a_{RM} - strategie valoroasă; plasată în această poziție firma asigură clienților atraktivitate față de produsele ei; este strategia ce determină elasticitatea supraunitară a cererii; nu este deci de mirare ca, firma Paccar situată în această zonă înregistrează cea mai înaltă rată a rentabilității și anume 30,7% față de capital;

a_{RS} - strategia utilității specifice-maxime; niciuna din cele 7 firme de autocamioane înregistrate în figura 2 nu se situează în cadranul corespunzător acestei strategii; există însă exemple de firme producătoare de autoturisme care au adoptat o astfel de strategie cum ar fi Volkswagen și Toyota;

a_{MR} - strategia de speculă sau strategia "prețului piperat";

a_{MM} - strategie de valoare echilibrată; conform fig. 10.2, în cazul autocamioanelor, aici se situează cele mai multe firme printre care și General Motors;

a_{MS} - strategie foarte atractivă pentru mase mari de clienți; diagrama din figura 2 arată ca în cazul autocamioanelor, strategia aceasta este preferată de către Ford;

a_{SR} - strategie nerealistă; firma White Motor plasată în cadranul caracterizat de mixul "calitate scăzută (S) - preț ridicat (R)" din figura 2, înregistrează cea mai mică rată a rentabilității;

a_{SM} - strategie greșită din punct de vedere economic într-o economie de piață;

a_{SS} - strategie destinată segmentului de clienți puțin solvabili în domeniul bunurilor de consum, "săraci" sau "zgârciți", în domeniul

bunurilor de investiții; firmele prospere evită această strategie; pentru unele produse destinate investițiilor cum ar fi cele ce pot afecta securitatea personalului și a capitalului, precum și protecția mediului înconjurător, strategia a_{SS} este contraindicată.

În general se poate reține că toate strategiile de pe linia performanței ridicate (R) sunt bine cotate. Firmele optează pentru una sau alta din aceste strategii în funcție de condiții; firmele puternic consolidate, bine cunoscute pe piață, lideri tehnologici în domeniul lor de specialitate, pot apela la strategia a_{RR} ; firmele noi, mai puțin cunoscute pe piață, bune totuși din punct de vedere al calității oferite, se pot orienta către strategiile a_{RM} și a_{RS} .

În antiteză, strategiile de pe linia S a matricei asociate figurii 2 la prima impresie sunt total de nuanță negativă. Nu se poate însă afirma că n-ar fi posibil ca unele firme să opteze pentru vreuna din aceste strategii. De exemplu, multe firme mici, slab înzestrare tehnic, fără personal de specialitate în probleme de cercetare-dezvoltare, ce utilizează temporar licențe de produse oferite de alte firme care le-au scos din fabricație pentru că sunt învechite, pot utiliza cu succes economic strategia a_{SS} . Cu alte cuvinte ele furnizează produse de slabă calitate, dar le comercializează la prețuri scăzute. Pentru anumite segmente ale clientelei, cu solvabilitate redusă, asemenea strategii sunt funcționale.

Evident, strategiile liniei de mijloc a matricii asociata figurii 2 sunt cele care, din punct de vedere al teoriei economice, balansează optimal calitatea cu prețul. Strategia a_{mm} este reprezentativă în acest sens. O confirmă datele din figura 2 care arată că teatrul de luptă concurențială al firmelor ce produc și comercializează autocamioane în SUA este constituit de cadrul MM de la mijlocul figurii unde se plasează mixurile strategice "preț - calitate" ale majorității firmelor considerate. Sigur că firmele au probleme în acest caz deoarece situația lor este tensionată. De aceasta beneficiază însă clienții. Unele firme caută să iasă

din "strânsoarea" respectivă. S-a explicitat mai sus cum poate să procedeze într-o astfel de situație firma (IH). În figura 2 coordonatele sistematizării pieței au fost prețul și calitatea. Se pot adopta și alte coordonate în funcție de tipul produselor, reacția pieței și interesele firmei. În figura 3 se prezintă spre exemplu, diagrama perceptuală a poziționării în contextul pieței a autoturismelor fabricate de către Corporația Chrysler din SUA comparativ cu alte firme [3].

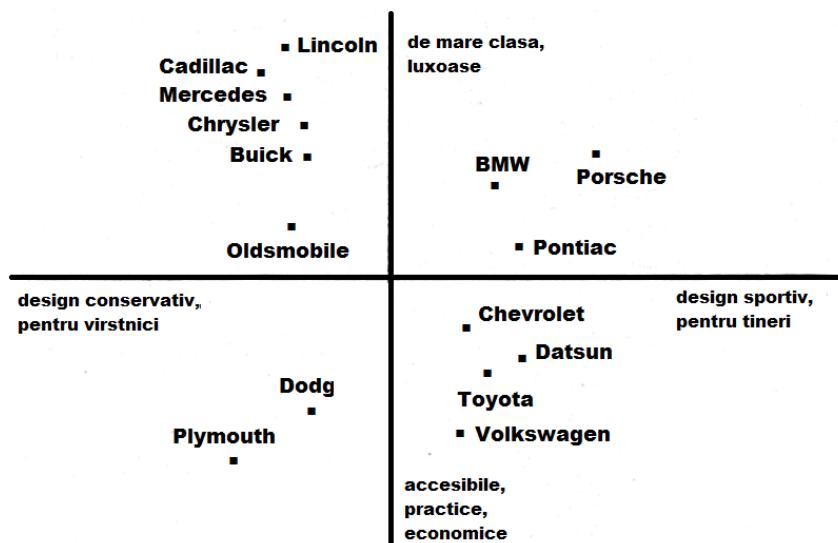


Fig. 3 - Diagrama perceptuală a ofertanților de autoturisme

Alcătuind o astfel de diagramă "General Motors" poate să observe că diviziile sale care fabrică mărcile Buick și Oldsmobile concurează între ele. În consecință, creșterea cotei de piață a diviziei Buick se efectuează prin canibalizarea clienților diviziei Oldsmobile. Managementul de la firma Chrysler a decis că modelele Chrysler ar necesita să li se schimbe imaginea în direcția "întineririi". Diagrama identifică strategiile atractive ale firmelor care fabrică și exportă în cantități uriașe - Volkswagen, Toyota și Datsun. Secretul este plasarea acestora în cadranul dreapta jos.

Pentru construcția diagramei, cercetătorii de la Chrysler au solicitat ca posesorii diferitelor mărci de automobile să atribuie autoturismelor respective note pe scara 1-10, separat pentru fiecare atribut considerat pe axele celor două coordonate. Un program de calculator poate stabili în aceste condiții coordonatele poziționării pe diagrama a oricărei mărci de autoturism. Se prezintă un exemplu pentru autoturismul Plymouth.

Pentru tineret	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Pentru vârstnici
Cu aspect sportiv	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Cu aspect conservativ

David W.Crvans, în "Marketing Management" a conceput diagrama din figura 4 privind poziționarea videocasetofoanelor în contextul pieței, în care apar coordonate specifice, precum și segmentele de piață dimensionate prin cercuri de raze diferite și situate în puncte diferite în funcție de opțiunile exprimate de clienții chestionați în vederea construirii diagramei.

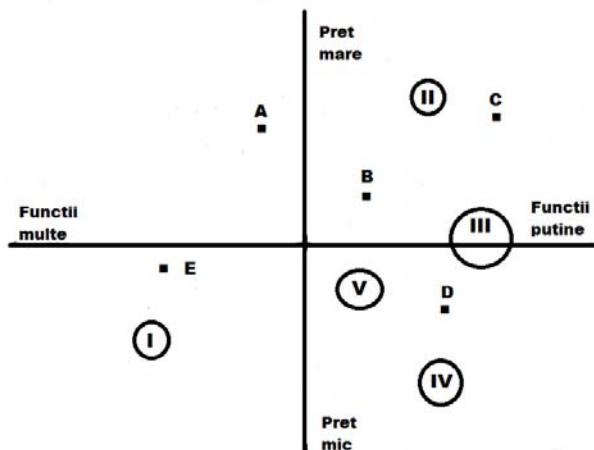


Fig. 4 - Diagrama perceptiei videocasetofoanelor de către clienți

A, B, C, D, E - mărcile videocasetofoanelor

I, II, III, IV, V - segmentele opțiunii clienților

Mărcile A ... E apar poziționate pe diagrama astăzi cum sunt percepute de către eșantionul de clienți folosiți în cadrul studiului pieței. Aceiași

clienți au exprimat opțiunile lor privind prețul și funcțiile pe care ar dori să le posede aparatele. Acestea s-au grupat în 5 segmente notate pe diagrama cu I ... V.

Este instructiv comentariul autorului asociat acestui grafic. Astfel de exemplu, dacă marca produsului nostru este D, ce implicații cu privire la segmentarea pieței ar avea aceasta? "Este clar, afirmă autorul, că ne aflăm cu produsul într-o poziție atractivă determinată de faptul că marca D se situează în proximitatea segmentelor III, IV și V, pe când mărcile B și C sunt în proximitatea a numai două segmente II și III. Există mai multe opțiuni pentru marca B. Una ar consta în încercarea de a înlocui percepția clienților potrivit căreia D reprezintă un produs ieftin cu percepția că D este scump. Este probabil, mai ușor să se ajungă la această schimbare decât să se schimbe percepția asupra calității aparatului. Autorul consideră că mulțimea clienților din segmentul IV se dovedește a fi nerealistă în exprimarea preferințelor. Aceștia trebuie să-si modifice preferința pentru prețurile ieftine, sau să renunțe de la a procura de pe piață videocasetofoane.

David Cravens ne oferă și un algoritm al formulării strategiei de poziționare în contextul pieței:

1. Determinarea pieței produsului;
2. Identificarea mărcilor pe piață produsului respectiv;
3. Colectarea datelor asupra percepției consumatorilor referitoare la diferite mărci, date furnizate de către un eșantion de clienți având la bază attributele produselor;
4. Analiza datelor spre a forma unul, două sau mai multe attribute compuse, independente unul de altul. De exemplu, mai multe attribute ar putea fi reflectate de unul compus cum ar fi prețul;
5. Conceperea diagramei bidimensionale (rețea X și Y) a atributelor, în care se marchează pozițiile mărcilor conform percepțiilor exprimate de către eșantionul de clienți;

6. Aranjarea pe grupe a clienților care exprimă preferințe apropriate și poziționarea acestora în diagrama (cerculetele I - V în cazul din figura 4);

7. Interpretarea rezultatelor în sensul felului pieței și al strategiilor de poziționare a produsului în contextul pieței.

S-au prezentat mai sus, pe larg, posibilitățile planificării strategice a formulării variantelor. După aceasta urmează formularea variantelor din punct de vedere constructiv-funcțional. Aici problema ieșe din domeniul comercial. Rezolvarea depinde de ingineri și designeri. Variantele sunt impuse de ingeniozitatea proiectanților și de realizările tehnice și tehnologic cunoscute. Nu este lipsit de interes a se aminti ca formularea acestor variante poate fi obținută prin reprezentări intuitive libere sau prin metode sistematizatoare cum ar fi metoda morfologică, brainstorming.

Variantele constructiv-funcționale sunt supune analizelor tehnico-economice, cu scopul selectării celei mai convenabile dintre ele și al fundamentării aplicării ei.

Se propune ca studiu de caz, poziționarea în contextul pieței a televizoarelor și analiza diferenților producători privind strategiile de ocupare a pieței, conform algoritmului prezentat de David Cravens.

BIBLIOGRAFIE

1. ARAMA C., *Terotehnica*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1976
2. BARON T., §. a., *Calitate și fiabilitate*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1988
3. BERCOVITZ E.N.S.A., *Marketing*, Second Edition, IRWIN 1989
4. CLARK KIM B., FUJIMOTO TAKAHIRO - *Product development. Performance.*, Harvard Bisiness School Press, 1991
5. DRAGHICI I., BEJAN C., *Dezvoltarea modelelor de calcul probabilist al organelor de mașini*. Construcția de mașini, 35, nr. 6, Bucuresti, 1983
6. GRAY E.R., *Readings in Business Policy*, Appelaton-Century-Crofts, NY, 1988
7. GRIGORAŞ ŞT., *Analiza fiabilității*, Editura "TEHNICA-INFO" Chișinău, 2002, ISBN 9975-63-072-3
8. GRIGORAŞ ŞT., *Ingineria fiabilității*, vol. I, Editura Junimea Iași, 2003, ISBN-973-37-0836-4
9. GRIGORAŞ ŞT., *Ingineria fiabilității*, vol. II, Editura Junimea Iași, 2007, ISBN-978-973-1230-5
10. HANGANU L. C., Mecatronica utilajului textil - fundamente teoretice, Editurea Performantica, 2008, ISBN 978-973-730-569-5
11. ISAIC - MANIU Al., *Metoda Weibull. Aplicații*, Ed. Academică, Bucuresti, 1983
12. ROTLER P., *Marketing, Management*, Sixth Edition Prentice Hall, 1988
13. STANCIOIU I., *Romanian Model of Performance Determination*
14. TARCOLEA C., §.a. -*Tehnici actuale în teoria fiabilității*, Ed. Științifică și Enciclopedică, Bucureşti, 1989
15. VODA V. Gh., *Controlul durabilității produselor industriale*, Ed. Tehnică, Bucuresti, 1981
16. *** - *Fiabilitatea produselor industriale. Indicatori de fiabilitate*, STAS 10307-1975, I.R.S., Bucureşti.

Anexa nr. 1.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{x-1} dt; (x > 0)$$

x	0	2	4	6	8
1.00	1.00000	0.99885	0.99771	0.99657	0.99545
1.01	0.99433	0.99321	0.99211	0.99101	0.98993
1.02	0.98884	0.98777	0.98670	0.98565	0.98459
1.03	0.98355	0.98251	0.98148	0.98046	0.97945
1.04	0.97844	0.97744	0.97644	0.97540	0.97448
1.05	0.97350	0.97254	0.97158	0.97063	0.96968
1.06	0.96874	0.96731	0.96689	0.96597	0.96506
1.07	0.96415	0.96305	0.96236	0.96148	0.96060
1.08	0.95976	0.95886	0.95800	0.95715	0.95630
1.09	0.95546	0.95463	0.95380	0.95298	0.95216
1.10	0.95136	0.95055	0.94975	0.94896	0.94817
1.11	0.94740	0.94662	0.94586	0.94509	0.94434
1.12	0.94359	0.94285	0.94211	0.94138	0.94065
1.13	0.93993	0.93922	0.93851	0.3781	0.93711
1.14	0.93642	0.93573	0.93505	0.93437	0.93370
1.15	0.93304	0.93238	0.93173	0.93108	0.93044
1.16	0.92980	0.92917	0.92855	0.92793	0.92731
1.17	0.92670	0.92609	0.92550	0.92490	0.92431
1.18	0.92373	0.92315	0.92258	0.92201	0.92144
1.19	0.92089	0.92033	0.91978	0.91924	0.91870
1.20	0.91817	0.91764	0.91712	0.91660	0.91609
1.21	0.91558	0.91507	0.91457	0.1408	0.91359
1.22	0.91311	0.91263	0.91215	0.91168	0.91122
1.23	0.91075	0.91030	0.90985	0.90940	0.90896
1.24	0.90852	0.90809	0.90766	0.90724	0.90682
1.25	0.90640	0.90599	0.90559	0.90519	0.90479
1.26	0.90440	0.90401	0.90363	0.90325	0.90287
1.27	0.90250	0.90214	0.90178	0.90142	0.90107
1.28	0.90072	0.90037	0.90003	0.89970	0.89937
1.29	0.89904	0.89872	0.89840	0.89809	0.89778
1.30	0.89747	0.89717	0.89687	0.89658	0.89629

1.31	0.89600	0.89572	0.89545	0.89517	0.89491
1.32	0.89464	0.89438	0.89412	0.89387	0.89362
1.33	0.89338	0.89314	0.89290	0.89267	0.89244
1.34	0.89222	0.89199	0.89178	0.89157	0.89136
1.35	0.89115	0.89095	0.89075	0.89056	0.89037
1.36	0.89018	0.89000	0.88982	0.88965	0.88946
1.37	0.88931	0.88915	0.88899	0.88884	0.88868
1.38	0.88854	0.88839	0.88825	0.88812	0.88798
1.39	0.88785	0.88773	0.88761	0.88749	0.88737
1.40	0.88726	0.88716	0.88705	0.88695	0.88686
1.41	0.88676	0.88678	0.88659	0.88651	0.88643
1.42	0.88636	0.88628	0.88622	0.88615	0.88609
1.43	0.88604	0.88598	0.88593	0.88589	0.88584
1.44	0.88581	0.88577	0.88574	0.88571	0.88568
1.45	0.88566	0.88564	0.88563	0.88562	0.88561
1.46	0.88560	0.88560	0.88561	0.88561	0.88562
1.47	0.88563	0.88565	0.88567	0.88569	0.88572
1.48	0.88575	0.88678	0.88582	0.88586	0.88590
1.49	0.88595	0.88599	0.88605	0.88610	0.88616
1.50	0.88623	0.88629	0.88636	0.88644	0.88651
1.51	0.88659	0.88667	0.88676	0.88685	0.88694
1.52	0.88704	0.88714	0.88724	0.88735	0.88746
1.53	0.88757	0.88768	0.88780	0.88792	0.88805
1.54	0.88818	0.88831	0.88844	0.88858	0.88872
1.55	0.88887	0.88902	0.88917	0.88932	0.88948
1.56	0.88964	0.88981	0.88997	0.89014	0.89031
1.57	0.89046	0.89067	0.89085	0.89104	0.89123
1.58	0.89142	0.89161	0.89181	0.89202	0.89222
1.59	0.89243	0.89264	0.89285	0.89307	0.89329
1.60	0.89352	0.89374	0.89397	0.89421	0.89444
1.61	0.89468	0.89492	0.89517	0.89542	0.89567
1.62	0.89592	0.89618	0.89644	0.89671	0.89697
1.63	0.89724	0.89752	0.89779	0.89807	0.89836
1.64	0.89864	0.89893	0.89922	0.89952	0.89982
1.65	0.90012	0.90042	0.90073	0.90104	0.90135

1.66	0.90167	0.90199	0.90231	0.90264	0.90296
1.67	0.90330	0.90363	0.90397	0.90431	0.90465
1.68	0.60500	0.90535	0.90570	0.90606	0.90642
1.69	0.90678	0.90715	0.90752	0.90789	0.90826
1.70	0.90864	0.90902	0.90940	0.90979	0.91018
1.71	0.91057	0.91097	0.91137	0.91177	0.91217
1.72	0.91258	0.91299	0.91341	0.91382	0.91424
1.73	0.91467	0.91509	0.91552	0.91595	0.91639
1.74	0.91683	0.91727	0.91771	0.91810	0.91861
1.75	0.91906	0.91952	0.91998	0.92044	0.92091
1.76	0.92137	0.92185	0.920232	0.92280	0.92328
1.77	0.92376	0.92425	0.92471	0.92523	0.92573
1.78	0.92623	0.92673	0.92723	0.92774	0.92825
1.79	0.92877	0.92928	0.92980	0.93033	0.93085
1.80	0.93183	0.93192	0.93245	0.93299	0.93353
1.81	0.93408	0.93462	0.93517	0.93572	0.93629
1.82	0.93685	0.93741	0.93797	0.93854	0.93912
1.83	0.93969	0.94027	0.94085	0.94143	0.94202
1.84	0.94261	0.94321	0.94380	0.94440	0.94501
1.85	0.94561	0.94622	0.94683	0.94745	0.94807
1.86	0.4869	0.94931	0.94994	0.95057	0.95120
1.87	0.95184	0.95246	0.95312	0.95377	0.95442
1.88	0.95507	0.95573	0.95638	0.95705	0.95771
1.89	0.95538	0.95905	0.95972	0.96040	0.96108
1.90	0.96177	0.96245	0.96311	0.96384	0.96453
1.91	0.96523	0.96593	0.96664	0.96735	0.96806
1.92	0.96877	0.96919	0.97021	0.97094	0.97167
1.93	0.97240	0.97313	0.97387	0.97461	0.97455
1.94	0.97510	0.97685	0.97760	0.97836	0.97912
1.95	0.97988	0.98065	0.98142	0.98219	0.98226
1.96	0.98374	0.98452	0.98531	0.98610	0.98689
1.97	0.98768	0.98848	0.98929	0.99009	0.99090
1.98	0.99171	0.99252	0.99334	0.99416	0.99499
1.99	0.99581	0.99664	0.99748	0.99832	0.99916

Anexa nr. 2.

Valorile lui χ^2 având probabilitatea $a = 1 - p$ de a fi depășite

v	1 - P									
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.1	0.05	0.025	0.010	0.005
1	0.9x10 ⁻⁴	0.0002	0.0010	0.0039	0.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6
3	0.0717	0.115	0.216	0.352	0.581	6.25	7.82	9.35	11.3	12.8
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.06	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9
5	0.412	0.554	0.831	1.15	1.61	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.19	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.91	4.87	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8
12	3.07	3.57	4.10	5.23	6.30	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.1	23.7	26.1	29.1	30.3
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3
17	5.70	6.41	7.50	8.67	10.1	24.8	27.6	30.2	33.1	35.7
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.9	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2
19	6.84	7.63	8.91	10.1	11.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6
20	7.43	8.26	9.59	10.9	12.4	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0
21	8.03	8.90	10.3	11.6	13.2	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4
22	8.64	9.54	11.0	12.3	14.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8
23	9.26	10.2	11.7	13.1	14.8	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2
24	9.89	10.9	12.4	13.8	15.7	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6
25	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3
27	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0
29	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7

Exemplu de utilizare a tabelului:

Pentru $1 - P = 0.9 = \alpha$ și $v = 4$ rezultă valoarea $\chi^2 = 1,06$.

Deci $P(\chi^2_{0,9} > 1,06) = 0,9$

Intervalul de încredere al probabilității este determinat de :

$$\chi^2_{\frac{1-\alpha}{2}}; \chi^2_{\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{0,95} - \chi^2_{0,05} = (0,711; 9,49)$$

pentru $\alpha = 0$ și $v = 4$.

Anexa nr. 3.

Cuantilele repartiției S

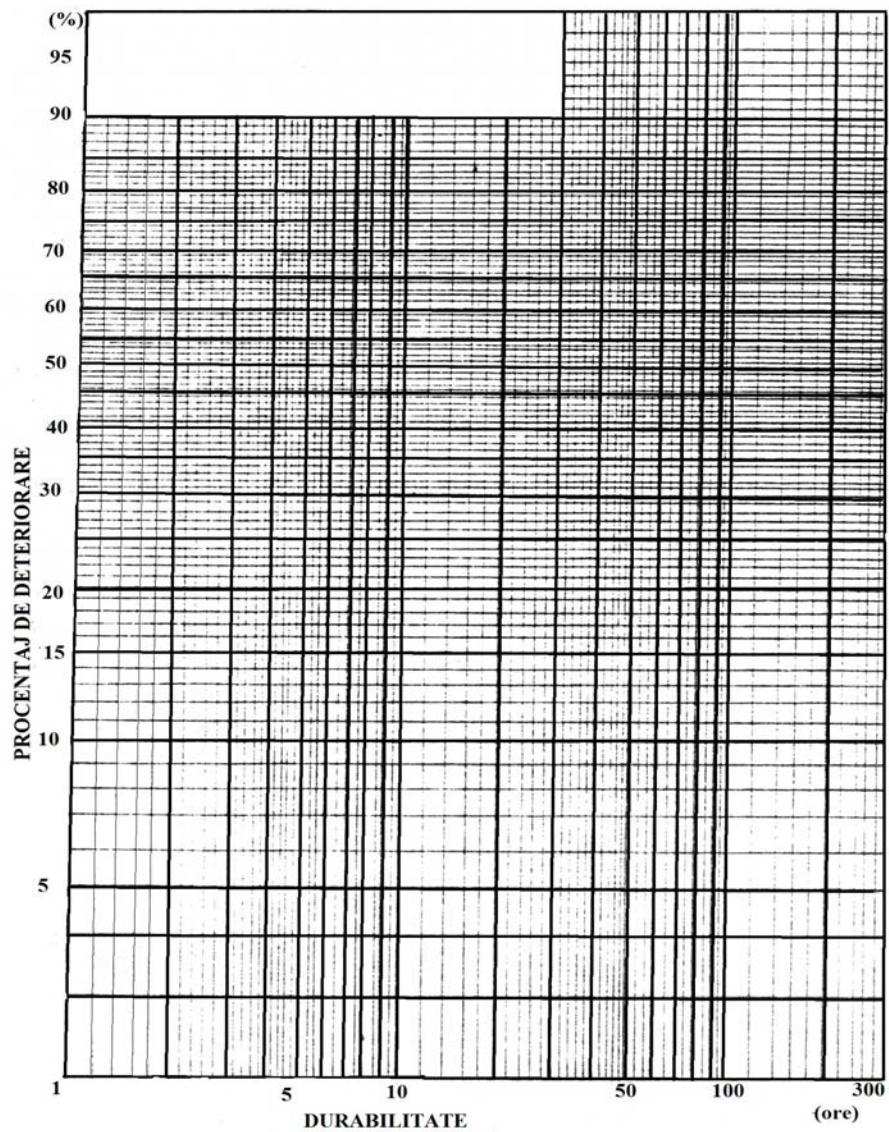
n	i	$E(Z_{t+1}) - E(Z_t)$	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
3	1	1.216395						
	2	0.863046						
	3		0.75	0.79	0.84	0.90	0.95	0.99
4	1	1.150727						
	2	0.706698						
	3	0.679596	0.74	0.79	0.85	0.90	0.95	0.99
	4		0.50	0.55	0.60	0.67	0.76	0.89
5	1	1.115718						
	2	0.645384						
	3	0.532445	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.583273	0.50	0.56	0.61	0.68	0.77	0.89
	5		0.67	0.71	0.75	0.79	0.86	0.94
6	1	1.093929						
	2	0.612330						
	3	0.474330	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.442920	0.50	0.55	0.61	0.68	0.76	0.89
	5	0.522759	0.67	0.71	0.75	0.80	0.86	0.93
	6		0.54	0.57	0.61	0.66	0.73	0.84
7	1	1.079055						
	2	0.591587						
	3	0.442789	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.387289	0.50	0.55	0.61	0.68	0.76	0.89
	5	0.387714	0.67	0.71	0.75	0.80	0.86	0.94
	6	0.480648	0.54	0.58	0.62	0.67	0.74	0.85
	7		0.64	0.67	0.70	0.74	0.80	0.88
8	1	1.068252						
	2	0.577339						
	3	0.422889	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.356967	0.50	0.55	0.61	0.68	0.76	0.90
	5	0.334089	0.67	0.71	0.75	0.79	0.86	0.94
	6	0.349907	0.54	0.58	0.62	0.67	0.74	0.85
	7	0.449338	0.64	0.67	0.70	0.74	0.80	0.89

	8		0.55	0.58	0.61	0.65	0.71	0.81
9	1	1.060046						
	2	0.566942						
	3	0.409157	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.337763	0.50	0.55	0.61	0.68	0.76	0.89
	5	0.304777	0.67	0.71	0.75	0.80	0.86	0.94
	6	0.297949	0.54	0.58	0.62	0.67	0.74	0.86
	7	0.322189	0.63	0.67	0.70	0.74	0.80	0.89
	8	0.424958	0.55	0.58	0.61	0.66	0.72	0.82
	9		0.62	0.64	0.67	0.71	0.76	0.85
10	1	1.053606						
	2	0.559013						
	3	0.399100	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.324470	0.50	0.55	0.61	0.68	0.77	0.90
	5	0.286163	0.67	0.71	0.75	0.80	0.86	0.94
	6	0.269493	0.54	0.58	0.62	0.68	0.75	0.85
	7	0.271645	0.64	0.67	0.71	0.75	0.81	0.89
	8	0.300869	0.55	0.58	0.62	0.66	0.72	0.81
	9	0.405316	0.62	0.65	0.68	0.71	0.76	0.85
	10		0.55	0.58	0.61	0.64	0.69	0.79
11	1	1.048411						
	2	0.552769						
	3	0.391410	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.314705	0.49	0.55	0.61	0.68	0.77	0.90
	5	0.273245	0.67	0.71	0.75	0.80	0.86	0.94
	6	0.251386	0.54	0.58	0.63	0.68	0.75	0.86
	7	0.243928	0.64	0.67	0.71	0.75	0.81	0.89
	8	0.251548	0.55	0.58	0.62	0.66	0.72	0.82
	9	0.283879	0.62	0.64	0.68	0.71	0.77	0.85
	10	0.389071	0.55	0.58	0.61	0.64	0.70	0.79
	11		0.60	0.63	0.65	0.69	0.74	0.82
	1	1.044137						
	2	0.547721						
	3	0.385338	0.75	0.79	0.84	0.90	0.95	0.99
	4	0.307221	0.50	0.55	0.61	0.68	0.78	0.89
	5	0.263737	0.67	0.71	0.75	0.80	0.86	0.94

12	6	0.238797	0.54	0.58	0.62	0.67	0.74	0.85
	7	0.226264	0.64	0.67	0.70	0.75	0.81	0.89
	8	0.224477	0.55	0.58	0.62	0.66	0.72	0.82
	9	0.235630	0.62	0.64	0.68	0.71	0.77	0.85
	10	0.269966	0.55	0.58	0.61	0.65	0.70	0.79
	11	0.375356	0.60	0.63	0.66	0.69	0.74	0.82
	12		0.55	0.57	0.60	0.63	0.68	0.76
13	1	1.040555						
	2	0.543556						
	3	0.380417	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.301300	0.50	0.55	0.61	0.68	0.77	0.89
	5	0.256437	0.67	0.71	0.75	0.80	0.86	0.94
	6	0.229515	0.54	0.58	0.63	0.68	0.75	0.86
	7	0.213966	0.64	0.67	0.71	0.75	0.81	0.90
	8	0.207205	0.55	0.58	0.62	0.66	0.72	0.82
	9	0.209131	0.62	0.65	0.68	0.72	0.77	0.85
	10	0.222667	0.55	0.58	0.61	0.65	0.70	0.79
	11	0.258323	0.60	0.63	0.65	0.69	0.74	0.82
	12	0.363582	0.55	0.57	0.60	0.64	0.68	0.76
	13		0.59	0.61	0.64	0.67	0.72	0.79
14	1	1.037513						
	2	0.540059						
	3	0.376352	0.75	0.79	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.296496	0.49	0.54	0.61	0.68	0.77	0.90
	5	0.250650	0.67	0.71	0.75	0.80	0.86	0.94
	6	0.222377	0.54	0.58	0.62	0.68	0.74	0.86
	7	0.204885	0.64	0.67	0.71	0.75	0.81	0.89
	8	0.195165	0.55	0.58	0.62	0.66	0.73	0.82
	9	0.192209	0.62	0.65	0.68	0.72	0.77	0.85
	10	0.196679	0.55	0.58	0.61	0.65	0.70	0.79
	11	0.211875	0.60	0.63	0.66	0.69	0.74	0.82
	12	0.248409	0.55	0.57	0.60	0.64	0.68	0.77
	13	0.353334	0.59	0.61	0.64	0.67	0.72	0.79
	14		0.55	0.57	0.59	0.62	0.67	0.75
	1	1.034894						
	2	0.537085						

15	3	0.372934	0.75	0.80	0.84	0.90	0.95	0.99
	4	0.292518	0.51	0.56	0.62	0.69	0.78	0.90
	5	0.245947	0.68	0.71	0.76	0.80	0.86	0.94
	6	0.216712	0.54	0.58	0.62	0.67	0.75	0.86
	7	0.197893	0.64	0.67	0.71	0.75	0.81	0.89
	8	0.186266	0.55	0.58	0.62	0.66	0.72	0.82
	9	0.180402	0.62	0.65	0.68	0.72	0.77	0.85
	10	0.180072	0.55	0.58	0.61	0.65	0.70	0.79
	11	0.186347	0.61	0.63	0.66	0.69	0.74	0.82
	12	0.202727	0.55	0.57	0.60	0.68	0.68	0.77
	13	0.239842	0.59	0.62	0.64	0.67	0.72	0.79
	14	0.344309	0.55	0.57	0.60	0.63	0.67	0.75
	15		0.59	0.61	0.63	0.66	0.70	0.77
16	1	1.032617						
	2	0.534521						
	3	0.370021	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
	4	0.289169	0.51	0.56	0.62	0.69	0.78	0.89
	5	0.242049	0.68	0.72	0.76	0.80	0.86	0.94
	6	0.212103	0.54	0.58	0.63	0.68	0.75	0.86
	7	0.192338	0.64	0.67	0.71	0.75	0.81	0.89
	8	0.179407	0.55	0.58	0.62	0.66	0.72	0.82
	9	0.171667	0.62	0.65	0.68	0.72	0.77	0.85
	10	0.168476	0.55	0.58	0.61	0.65	0.71	0.79
	11	0.170026	0.60	0.63	0.66	0.69	0.74	0.82
	12	0.177619	0.55	0.58	0.60	0.64	0.69	0.77
	13	0.194859	0.60	0.62	0.64	0.68	0.72	0.80
	14	0.232350	0.55	0.57	0.60	0.63	0.67	0.75
	15	0.336283	0.59	0.61	0.63	0.66	0.70	0.77
	16		0.55	0.57	0.59	0.62	0.66	0.73

Anexa nr. 4.



Valorile functiei Lapalce

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0328	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2221
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3215	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4089	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4391	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4741	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4881	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4954
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

3.10	0.49903
3.15	0.49918
3.20	0.49931
3.25	0.49942
3.30	0.49952
3.40	0.49966
3.50	0.49977
3.60	0.499841

3.70	0.499892
3.80	0.499937
3.90	0.499952
4.00	0.499968
4.10	0.499979
4.20	0.499987
4.25	0.499989